

Análise Matemática I  
**3º Mini-teste-A**

Eng.<sup>a</sup> Civil, Eng.<sup>a</sup> Território, Eng.<sup>a</sup> Arq. Naval

1. Considere a função definida em  $]-1, +\infty[$  por

$$f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{1-x^2}, & x \in ]-1, 0] \\ x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right) & x \in ]0, +\infty[ \end{cases}$$

- (a) A função é contínua no seu domínio? Justifique.  
(b) Determine
- $$\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$
- (c) No intervalo  $[1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon]$  em que  $|\varepsilon| < 1$  a função tem máximo? Justifique.

2. Seja  $f : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  uma função contínua verificando a condição

$$f(-1) = f(1) = \frac{\pi}{4}.$$

- (a) A equação
- $$f(x) - x = 1$$
- tem solução em  $[-1, 1]$ ? Justifique.  
(b) Determine, justificando, o limite da sucessão  $v_n = \operatorname{tg}(f(u_n))$  em que

$$u_n = \frac{1-n}{n}.$$