

Análise Matemática I

3º Mini-teste-A

Eng.^a Civil, Eng.^a Território, Eng.^a Arq. Naval

1. Considere a função definida em $] - 1, +\infty[$ por

$$f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{1 - x^2}, & x \in] - 1, 0] \\ x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x^2} \right) & x \in]0, +\infty[\end{cases}$$

(a) A função é contínua no seu domínio? Justifique.

(b) Determine

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$$

(c) No intervalo $[1 - \varepsilon, 1 + \varepsilon]$ em que $|\varepsilon| < 1$ a função tem máximo? Justifique.

2. Seja $f : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ uma função contínua verificando a condição

$$f(-1) = f(1) = \frac{\pi}{4}.$$

(a) A equação

$$f(x) - x = 1$$

tem solução em $[-1, 1]$? Justifique.

(b) Determine, justificando, o limite da sucessão $v_n = \operatorname{tg} (f(u_n))$ em que

$$u_n = \frac{1 - n}{n}.$$