

Exercícios Adicionais

12ª Aula

1. Calcule $f'(x)$, sempre que exista, nos casos em que a função f é definida pela expressão:

(a) $f(x) = \frac{\sin^2(x)}{\sin(x^2)}$

(b) $f(x) = \sqrt{1+x^2}$

(c) $f(x) = \log(\log x)$

(d) $f(x) = 2^{x^2}$

(e) $f(x) = e^{\cos^2(x)}$

(f) $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$

(g) $f(x) = \arcsin(\sin x)$

(h) $f(x) = \arccos(\sqrt{1-x^2})$

(i) $f(x) = \arctan\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

(j) $f(x) = \log(\arccos(\frac{1}{\sqrt{x}}))$

2. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = |x|e^{-x^2/2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

- (a) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (b) Determine (justificando) os pontos $x \in \mathbb{R}$ onde f é diferenciável e calcule a sua derivada.
- (c) Determine os intervalos de monotonia, extremos, concavidades, inflexões e assíntotas da função f .
- (d) Esboce o gráfico de f e indique qual o seu contradomínio.

3. Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{1+x}{|x|}\right) & , x \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & , x = 0 \end{cases}$$

- (a) Estude f quanto à continuidade em todo o seu domínio, e quanto à existência de limites quando $x \rightarrow +\infty$ e quando $x \rightarrow -\infty$.
- (b) Determine (justificando) os pontos $x \in \mathbb{R}$ onde f é diferenciável e calcule a sua derivada.
- (c) Determine os intervalos de monotonia, extremos, concavidades, inflexões e assíntotas da função f .
- (d) Esboce o gráfico de f e indique qual o seu contradomínio.