

Probabilidades e Estatística

LEGM, LET, MEC, LEMat, LQ, MEBiol, MEQ

1.º semestre – 2009/10

1.º Teste

21/11/2009 – 11 horas

Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Em resultado de uma acção do Banco Alimentar, foi armazenado um *stock* de embalagens de 1 litro de leite gordo e de 1 litro de leite magro, de 3 marcas distintas, M_1 , M_2 e M_3 . Relativamente a este *stock* sabe-se o seguinte:

- As marcas M_1 e M_2 estão representadas com 20% e 30% do total de embalagens, respectivamente.
- Das embalagens da marca M_1 , 40% contêm leite gordo e, das embalagens da marca M_2 , 60% contêm leite gordo.
- Da totalidade das embalagens de leite gordo, 48% são da marca M_3 .

Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, uma embalagem do *stock*.

- (a) Calcule a probabilidade de a embalagem retirada não ser da marca M_3 e conter leite gordo. (2.0)

Solução: 0.26

- (b) Mostre que a probabilidade de a embalagem retirada ser uma embalagem de leite gordo é $1/2$. (2.0)

- (c) Sabendo que a embalagem retirada contém leite magro, calcule a probabilidade da mesma embalagem ser da marca M_3 . (2.0)

Solução: 0.52

2. Uma firma está a seleccionar candidatos para preenchimento de vagas de pessoal técnico existentes em vários dos seus departamentos. Os candidatos são submetidos a uma entrevista que inclui um teste psicotécnico, sendo registado o tempo de execução do teste, X (em minutos). Os candidatos são em seguida classificados numa de três categorias: A se $X < 8$, B se $8 \leq X \leq 12$ e C se $X > 12$. Acções anteriores revelaram que $X \sim \mathcal{N}(10, 2^2)$.

- (a) Uma vez iniciada a sequência de entrevistas, determine a probabilidade de que o primeiro candidato a ser classificado na categoria A seja o décimo candidato a ser entrevistado. (2.0)

Solução: 0.0335

- (b) Num certo dia foram realizadas, de forma independente, entrevistas a 12 candidatos. Calcule o valor esperado do número de candidatos classificados na categoria A ou na categoria B. (2.0)

Solução: 10.0956

Grupo II

10 valores

1. Considere o lançamento de dois dados equilibrados de 4 faces, numeradas de 1 a 4, em que um dos dados é preto e o outro é vermelho, e se registam os números das faces que ficam viradas para baixo. Sejam X e Y , respectivamente, as variáveis aleatórias que representam o menor e o maior dos dois valores registados.

- (a) Mostre que $P(X = 1, Y = 1) = 1/16$ e $P(X = 1, Y = 2) = 1/8$. Obtenha os restantes valores da função de probabilidade conjunta de (X, Y) . (2.5)

	$X \setminus Y$	1	2	3	4
Solução:	1	1/16	1/8	1/8	1/8
	2	0	1/16	1/8	1/8
	3	0	0	1/16	1/8
	4	0	0	0	1/16

- (b) Calcule $E(Y|X = x)$ para $x = 1, 2$ e tire conclusões face aos resultados obtidos. (2.5)

Solução: $E[Y|X = 1] = 19/7$ e $E[Y|X = 2] = 16/5$. Tem-se que $E[Y|X = 1] < E[Y|X = 2]$ como esperado uma vez que $X \leq Y$. Como os dois valores esperados são diferentes conclui-se que as variáveis são independentes.

Nota: se não resolveu a alínea (a) considere que todos os pares com probabilidade positiva são equiprováveis.

2. O peso de cada encomenda feita numa loja *online* é uma variável aleatória X (em *kg*) com distribuição uniforme no intervalo $]0, 6[$.

- (a) Calcule o valor esperado, a mediana e o desvio padrão de X . (1.5)

Solução: $E[X] = \text{Mediana de } X = 3$. Desvio padrão $= \sqrt{3}$.

- (b) O custo de envio de uma encomenda, Y , é formado por uma parcela fixa e por outra dependente do peso da encomenda, segundo a expressão $Y = 2X + 10$ (Euros). Calcule aproximadamente a probabilidade de o custo de envio de 100 encomendas exceder a quantia de 1650 Euros. (3.5)

Solução: ≈ 0.0749