



Probabilidades e Estatística

LEIC-A, MA, LMAC, MEFT, MEBiom, LEAN, MEAer, MEMec, MEAmbi

1.º semestre – 2009/10

1.º Teste

21/11/2009 – 9 horas

Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente todas as respostas!

Grupo I

10 valores

1. Num instituto politécnico 30% dos estudantes do sexo masculino e 20% dos estudantes do sexo feminino escolheram o primeiro ciclo em Matemática. Sabe-se ainda que 45% dos estudantes desse instituto são do sexo feminino. Se um estudante, escolhido ao acaso, for do primeiro ciclo em Matemática, qual a probabilidade desse estudante ser do sexo feminino? (2.0)
2. Seja X uma variável aleatória que representa o tempo de vida de um dado organismo (em minutos) e cuja função de densidade de probabilidade é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 - |1 - x|, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- (a) Esboce o gráfico de $f_X(x)$ e calcule a probabilidade do tempo de vida desse organismo ser superior a 1/2 minuto. (1.5)
- (b) Determine a função de distribuição do tempo de vida desse organismo. (2.0)
- (c) Mostre que o valor médio do tempo de vida desse organismo é 1 minuto e que a respectiva variância é 1/6 minuto². (2.0)
- (d) Obtenha um valor aproximado para a probabilidade do tempo total de vida de 100 organismos independentes deste tipo, exceder uma hora e meia. (2.5)

Grupo II

10 valores

1. Um candidato a deputado ao parlamento vai basear a sua decisão de abraçar, ou não, a causa “oportunidades educacionais”, no resultado de uma sondagem a efectuar a 200 eleitores recenseados no seu distrito e escolhidos de forma aleatória. Se 100 ou mais forem a favor daquela causa, ele abraçá-la-á.
 - (a) Escreva a expressão que lhe daria a probabilidade exacta de o candidato abraçar a causa se 45% dos eleitores recenseados no seu distrito fossem a favor da referida causa. (2.0)
 - (b) Calcule aproximadamente a probabilidade referida em (a) e apresente os argumentos que permitem confiar nessa aproximação. (2.0)
2. Considere o par aleatório (X, Y) , onde X e Y são variáveis aleatórias de Bernoulli, identicamente distribuídas, com probabilidade de sucesso igual a 1/3, e tais que $P(X = 0|Y = 0) = 3/5$.
 - (a) Determine a função de probabilidade conjunta de (X, Y) . (2.0)

Nota: se não resolveu a alínea (a) considere, na resolução das restantes alíneas, que (X, Y) é tal que $P(X = 1, Y = 0) = P(X = 0, Y = 1) = 1/5$ e $P(X = 1, Y = 1) = 2/15$.

 - (b) Calcule $Var(Y|X = 0)$ e obtenha a função de probabilidade da variável aleatória $E(Y|X)$. (2.0)
 - (c) Calcule o coeficiente de correlação entre X e Y e interprete o valor obtido. (2.0)