Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Cálculo Diferencial e Integral 2
Respostas à Ficha de Trabalho 9

1. Há várias maneiras de parametrizar cada variedade. Abaixo encontram-se respostas possíveis. Nalguns casos a parametrização não descreve completamente a variedade (falha alguns pontos). Se se quisesse parametrizar a variedade em torno dos pontos que faltam poder-se-ia usar a mesma expressão com um domínio de variação diferente para os parâmetros.

   (a) Dimensão 1. $g(x) = (x, x^3)$ com $-\infty < x < +\infty$.

   (b) Dimensão 1. $g(t) = (\dfrac{\cos t}{2}, \dfrac{\operatorname{sen} t}{3})$ com $0 < t < 2\pi$.

   (c) Dimensão 2. $g(t, x) = (x, \cos t, \operatorname{sen} t)$ com $-1 < x < 1$ e $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

   (d) Dimensão 2. $g(x, y) = (x, y, x^2 + y^2)$ com $x^2 + y^2 < 1$.

   (e) Dimensão 2. $g(\theta, \phi) = ((3 + \cos\phi)\cos\theta, (3 + \cos\phi)\operatorname{sen}\theta, \operatorname{sen}\phi)$ com $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ e $0 < \phi < \pi$.

   (f) Dimensão 2. $g(\theta, \phi) = (\operatorname{sen}\phi\cos\theta, \operatorname{sen}\phi\operatorname{sen}\theta, \cos\phi)$ com $\dfrac{\pi}{4} < \theta < \dfrac{3\pi}{4}$ e $0 < \phi < \dfrac{\pi}{2}$.

   (g) Dimensão 2. $g(\theta, y) = (\sqrt{y^2+1}\operatorname{sen}\theta, y, \sqrt{y^2+1}\cos\theta)$ com $-1 < y < 1$ e $0 < \theta < \pi$.

   (h) Dimensão 1. $g(x) = \big(x, 1 - x, 2x^2 - 2x + 1\big)$ com $0 < x < 1$.

2. Espaço tangente: $\{(x, x, 4x) \colon x \in \mathbb{R}\}$. Espaço normal: $\{(x, y, -\frac{x}{4} - \frac{y}{4}) \colon x, y \in \mathbb{R}\}$.

3. Espaço tangente: $\{(x, 0, z) \colon x, z \in \mathbb{R}\}$. Espaço normal: $\{(0, y, 0) \colon y \in \mathbb{R}\}$.

4. Recta tangente definida pelas equações: $x = 1$; $z = 2y$. Plano normal definido pela equação: $y + 2z = 0$.

5. Recta normal definida pelas equações: $x + z = 2$; $y + z = 2$. Plano tangente definido pela equação: $x + y - z = 1$.