

Cálculo Diferencial e Integral 2 Respostas à Ficha de Trabalho 1

1. (a) Interior: $]0, \pi[$; Exterior: $] -\infty, 0[\cup]\pi, +\infty[$; Fronteira: $\{0, \pi\}$; Fecho: $[0, \pi]$. O conjunto é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
 - (b) Interior: \emptyset ; Exterior: $] -\infty, 0[\cup]1, +\infty[$; Fronteira = Fecho = $[0, 1]$. O conjunto não é aberto nem fechado, é limitado e não é compacto.
 - (c) Interior: \emptyset ; Exterior: \emptyset ; Fronteira = Fecho = \mathbb{R} . O conjunto não é aberto nem fechado, não é limitado e não é compacto.
 - (d) Interior: $\{(x, y) : |x| + |y| < 1\}$; Exterior: $\{(x, y) : |x| + |y| > 1\}$; Fronteira: $\{(x, y) : |x| + |y| = 1\}$; Fecho: $\{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$. O conjunto não é aberto, é fechado, é limitado e é compacto.
 - (e) Interior: $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } 0 < y < \frac{1}{x}) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } \frac{1}{x} < y < 0)\}$; Exterior: $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } (y < 0 \text{ ou } y > \frac{1}{x})) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } (y > 0 \text{ ou } y < \frac{1}{x}))\}$; Fronteira: $\{(x, y) : x = 0 \text{ ou } y = 0 \text{ ou } xy = 1\}$; Fecho: $\{(x, y) : (x > 0 \text{ e } (0 \leq y \leq \frac{1}{x})) \text{ ou } (x < 0 \text{ e } (\frac{1}{x} \leq y \leq 0)) \text{ ou } x = 0 \text{ ou } y = 0\}$. O conjunto não é aberto, não é fechado, não é limitado e não é compacto.
 - (f) Interior: $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 < z < 1\}$; Exterior: $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 > z \text{ ou } z > 1\}$; Fronteira: $\{(x, y, z) : (z = x^2 + y^2 \text{ e } z \leq 1) \text{ ou } (z = 1 \text{ e } x^2 + y^2 \leq 1)\}$; Fecho: $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$. O conjunto não é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
 - (g) Interior: \emptyset ; Exterior: $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 > 1 \text{ ou } y \neq x\}$; Fronteira = Fecho = $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ e } y = x\}$. O conjunto não é aberto, é fechado, limitado e compacto.
 - (h) Interior: \emptyset ; Exterior: \emptyset ; Fronteira = Fecho = \mathbb{R}^2 . O conjunto não é aberto nem fechado, não é limitado e não é compacto.
 - (i) Interior: \emptyset ; Exterior: $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sin x; x > 0\}$; Fronteira = Fecho = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = \sin x; x \geq 0\}$. O conjunto não é aberto, não é fechado, não é limitado e não é compacto.
 - (j) Interior: \emptyset ; Exterior: $\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{pontos fronteiros}\}$; Fronteira = Fecho = $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1; y = \sin(\frac{1}{x})\} \cup \{(0, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq y \leq 1\}$. O conjunto não é aberto, não é fechado, é limitado e não é compacto.
2. (a) O limite é 0.
 - (b) O limite é 0.
 - (c) O limite não existe.

- (d) O limite é 0.
 - (e) O limite é 0.
 - (f) O limite não existe.
 - (g) O limite não existe.
 - (h) O limite é 0.
3. (a) A função é contínua em \mathbb{R}^2 .
- (b) A função é contínua em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
- (c) A função é contínua em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
- (d) A função é contínua em \mathbb{R}^2 .
- (e) A função é contínua em \mathbb{R}^2 .
- (f) A função é contínua em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$.
4. A função f não é necessariamente contínua em $(0, 0)$ — ver exercício 3(f).
5. A função f não é necessariamente contínua em $(0, 0)$ — ver exercício 3(f).