

PROGRAMA GULBENKIAN

NOVOS TALENTOS EM MATEMÁTICA

ENCONTRO NACIONAL – FUNDAÇÃO GULBENKIAN – SETEMBRO 2007

Resumos das Palestras

Miguel Abreu – *Preciosidades do Cálculo*

RESUMO: O título e conteúdo desta palestra são um plágio assumido de partes do livro “Calculus Gems - Brief Lives and Memorable Mathematics” de George F. Simmons, que aproveito para publicitar e divulgar. Veremos que, logo a seguir a uma primeira cadeira de cálculo diferencial e integral, é possível compreender, demonstrar e apreciar pequenas obras de arte matemáticas, como por exemplo: a irracionalidade de “e” e “pi”; a fórmula de Leibniz para a soma da série alternada dos inversos dos números naturais ímpares; a fórmula de Euler para a soma da série dos inversos dos quadrados dos números naturais.

Afonso Bandeira – *Nem todos os caminhos vão dar a Roma*

RESUMO: Uma partícula executa um passeio aleatório no espaço discreto \mathbb{Z}^d de dimensão $d \geq 1$, deslocando-se, a partir da origem e em cada instante inteiro, para uma das $2d$ posições vizinhas com igual probabilidade. Admitindo que este passeio não é limitado no tempo, abordaremos nesta exposição as seguintes questões: Será certo que a partícula regressa ao ponto de partida? Será certo que a partícula regressa ao ponto de partida uma infinidade de vezes? Será certo que a partícula visita todos os pontos de \mathbb{Z}^d ? Como veremos, a resposta a estas questões depende unicamente da dimensão d do espaço.

Célia Borlido – *Sistemas de numeração*

RESUMO: Desde muito novos que nos ensinam a escrever os números. Mas será essa a única forma de os representarmos? Que outras formas há para escrevermos os mesmos números? Nesta apresentação iremos falar de sistemas de numeração e veremos que a representação de números pode ser quase tão variada quanto a nossa imaginação permitir... Veremos também que numa área aparentemente tão esgotada, há ainda questões que permanecem sem resposta...

Edgar Costa – *O anel dos adèles de \mathbb{Q}*

RESUMO: Após uma breve introdução aos corpos p-ádicos, apresenta-se a definição do anel dos adèles $\mathbb{A}_{\mathbb{Q}}$ e a sua caracterização através de um importante teorema da Teoria dos Números

$$\frac{\mathbb{A}_{\mathbb{Q}}}{\mathbb{Q}} \cong \hat{\mathbb{Q}} \cong \varprojlim_{n \in \mathbb{N}} \frac{\mathbb{R}}{n\mathbb{Z}}.$$

(continua)

PROGRAMA GULBENKIAN

NOVOS TALENTOS EM MATEMÁTICA

ENCONTRO NACIONAL – FUNDAÇÃO GULBENKIAN – SETEMBRO 2007

Resumos das Palestras – continuação

Dmitry Fuchs – *Can a number be approximately rational?*

RESUMO: How to prove that the square root of 2 is irrational? Well, take your pocket calculator and press the buttons “2” and “square root”. You will get 1.414213562 – a messy sequence of digits which suggests that the number is irrational. But if you divide 23 by 17, you will get 1.352941176, an equally messy sequence of digits, but the number is rational. Is it possible to say, looking at these calculations, whether the number is rational or irrational? Yes, and I will show to you how to do this. The difference between the two numbers above is that the second is “approximately rational” (has a very close rational approximation, $23/17$, with a very small denominator), while the first is not (has no such approximations). We will also discuss, which numbers have good rational approximations, and which do not.

Raimundo C. Leong – *Cálculo Umbral*

RESUMO: Jacob Bernoulli, matemático do séc. XVII, calculou em menos de metade de um quarto de hora, a soma $1^{10} + 2^{10} + \dots + 1000^{10}$. Como é que fez isso? Venham conhecer o método utilizado por ele e muitos outros “atalhos” para o cálculo de algumas somas através do Cálculo Umbral.

Telmo Peixe – *Estabilidade e inércia de matrizes*

RESUMO: Um sistema de equações diferenciais lineares $\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t)$, onde A é uma matriz quadrada e t uma variável real, é estável (ou seja, todas as suas soluções convergem para 0, quando $t \rightarrow +\infty$) se e só se as partes reais dos valores próprios de A forem negativas. Diz-se então que A é estável positiva se as partes reais dos seus valores próprios forem positivas. Lyapunov mostrou que A é estável positiva se e só se existir uma matriz definida positiva H tal que $AH + HA^*$ é definida positiva. O teorema geral da inércia, devido a Ostrowski, Schneider e Taussky, estabelece que existe uma matriz hermitica H tal que $AH + HA^*$ é definida positiva se e só se A não tiver valores próprios imaginários puros; nesse caso, H tem tantos valores próprios positivos como A tem valores próprios com parte real positiva, contando com multiplicidades. Nesta palestra, apresentam-se alguns resultados relacionados com o seguinte problema em aberto motivado pelo teorema geral da inércia: se H e K são matrizes hermiticas que satisfazem a equação de Lyapunov, $AH + HA^* = K$, quais são as relações entre a classe de semelhança de A e as classes de congruência de H e K ? (Matrizes hermiticas G e H dizem-se congruentes se existir uma matriz invertível S tal que $G = SHS^*$.).

Sergei Tabachnikov – *Impossible tilings*

RESUMO: Take a chess board and delete two opposite squares along a diagonal. Can one tile this truncated board using one by two “dominoes”? You probably solved this problem when a grade school student (if not, try it now!) How about the following, much more involved, tiling problem: given a triangular array of dots, can one tile it by “tribones” (three dots along one of the three directions of the sides of the triangle)? I shall explain how this and many other similar problems can be solved using ideas from group theory and topology.