Análise Matemática III
2º semestre de 2001/2002

Exercício teste 8 (a entregar na aula prática da semana de 29/4 a 3/5. Quem não tiver aula prática por causa do 1 de Maio pode entregar na aula teórica de sexta-feira 3.)

Seja $F : \mathbb{R}^2 \setminus \{(-1,0),(1,1),(0,0)\} \to \mathbb{R}^2$ o campo vectorial $F = (P,Q)$ definido por

$$P(x,y) = \frac{y}{(x+1)^2+y^2} - \frac{y-1}{(x-1)^2+(y-1)^2} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$Q(x,y) = -\frac{x+1}{(x+1)^2+y^2} + \frac{x-1}{(x-1)^2+(y-1)^2} + \frac{5y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

(a) Calcule o integral

$$\int_C P dx + Q dy$$

onde C é a elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ percorrida uma vez no sentido directo (isto é no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio).

(b) Indique justificadamente se o campo F é um gradiente no conjunto

$$\mathbb{R}^2 \setminus \left(\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2},\ -1 \leq x \leq 1\} \bigcup \{(0,0)\} \right).$$