Análise Matemática III
2º semestre de 2001/2002

Exercício teste 4 (a entregar na aula prática da semana de 1/4 a 5/4. As pessoas que não tiverem aula prática nessa semana por causa dos feriados devem entregar o exercício numa das aulas teóricas dessa semana *escrevendo na resolução a turma prática e o nome do professor a que o exercício se destina.*)

Um sólido S é dado em coordenadas cartesianas pela expressão

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 < \frac{1}{3}(x^2 + y^2), x^2 + y^2 + z^2 < 4, x^2 + y^2 > 1, y > 0\}.$$

(a) Calcule o volume de S usando coordenadas esféricas[1].

(b) Assumindo que a densidade de massa de S é dada pela expressão

$$f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2},$$

calcule o momento de inércia de S em torno do eixo Oz usando coordenadas cilíndricas.

[1] Poder-lhe-á ser útil saber que $\int \frac{1}{\sin^2 \phi} d\phi = -\frac{\cos \phi}{\sin \phi}$