



Cálculo Diferencial e Integral I

LEIC-A , 2º semestre de 2009/10

Exercícios - Ficha 12

24 de Maio de 2010

1. Usando o método de primitivação por partes, calcule uma primitiva de cada uma das funções:

- a) $e^x(e^x + x)$, b) $e^x \operatorname{sen} x$, c) $x^3 e^{-x^2}$,
d) $\operatorname{arctg} x$, e) $\operatorname{arcsen} x$, f) $\log\left(\frac{1}{x} + 1\right)$,
g) $\log^2 x$, h) $\frac{1}{x^3} \cos \frac{1}{x}$, i) $\cos 2x \log(\operatorname{tg} x)$.

2. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções, utilizando substituições apropriadas:

- a) $\frac{e^{4x}}{e^{2x} + 1}$, b) $\frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}$,
c) $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$, d) $\frac{\log x}{x(\log x - 1)^2}$.

3. Determine, usando a substituição indicada, uma primitiva de cada uma das funções seguintes:

- a) $\sqrt{1-x^2}$, $x = \operatorname{sen} t$, b) $\frac{1}{1 + \operatorname{sen} x + \cos x}$, $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$,
c) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}$, $x = \cos t$, d) $\frac{e^{x/2}}{\sqrt{1-e^x}}$, $t = \sqrt{1-e^x}$.

4. Determine, utilizando métodos de primitivação adequados, uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

- a) $\operatorname{sen}(\log x + 1)$, b) $\frac{e^{-x}}{e^{2x} - 2e^x + 2}$, c) $\cos^3 x$,
d) $\cos^4 x$, e) $x \log \frac{1-x}{1+x}$, f) $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$.

5. Determine uma função $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que verifique as condições seguintes:

$$\varphi''(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi'(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = \frac{\pi}{2}.$$