



# Cálculo Diferencial e Integral I

LEIC-A , 2º semestre de 2008/09

Exercícios - Ficha 13

1 de Junho de 2009

1. Usando o método de primitivação por partes, calcule uma primitiva de cada uma das funções:

a)  $e^x(e^x + x)$ ,      b)  $e^x \operatorname{sen} x$ ,      c)  $x^3 e^{-x^2}$ ,  
d)  $\operatorname{arctg} x$ ,      e)  $\operatorname{arcsen} x$ ,      f)  $\log\left(\frac{1}{x} + 1\right)$ ,  
g)  $\log^2 x$ ,      h)  $\frac{1}{x^3} \cos \frac{1}{x}$ ,      i)  $\cos 2x \log(\operatorname{tg} x)$ .

2. Determine uma primitiva de cada uma das seguintes funções, utilizando substituições apropriadas:

a)  $\frac{e^{4x}}{e^{2x} + 1}$ ,      b)  $\frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}}$ ,  
c)  $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x}$ ,      d)  $\frac{\log x}{x(\log x - 1)^2}$ .

3. Determine, usando a substituição indicada, uma primitiva de cada uma das funções seguintes:

a)  $\sqrt{1-x^2}$ ,  $x = \operatorname{sen} t$ ,      b)  $\frac{1}{1 + \operatorname{sen} x + \cos x}$ ,  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ ,  
c)  $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}$ ,  $x = \cos t$ ,      d)  $\frac{e^{x/2}}{\sqrt{1-e^x}}$ ,  $t = \sqrt{1-e^x}$ .

4. Determine, utilizando métodos de primitivação adequados, uma primitiva de cada uma das seguintes funções:

a)  $\operatorname{sen}(\log x + 1)$ ,      b)  $\frac{e^{-x}}{e^{2x} - 2e^x + 2}$ ,      c)  $\cos^3 x$ ,  
d)  $\cos^4 x$ ,      e)  $x \log \frac{1-x}{1+x}$ ,      f)  $\frac{1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ .

5. Determine uma função  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que verifique as condições seguintes:

$$\varphi''(x) = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi'(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = \frac{\pi}{2}.$$