Cálculo Diferencial e Integral III

LEIC-A, 1º Semestre 2024/25

Teste 1 | Outubro/2024

Nome: ______________________________ **Nº:** __________ **Curso:** __________

[6 val.] 1. Seja $\Gamma \subset \mathbb{R}^3$ uma curva dada pela intersecção do cilindro $x^2 + y^2 = 9$ com o plano $z = 1$. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por $\mathbf{F}(x, y, z) = \big(z - y, 0, y\big)$.

(a) Escolha uma orientação para Γ e, usando uma parametrização γ correspondente, calcule a circulação $\oint_\Gamma \mathbf{F} \cdot d\gamma$.

(b) Determine uma superfície S com fronteira $\partial S = \Gamma$ e, usando o Teorema de Stokes, confirme o resultado obtido na alínea anterior.

[7 val.] 2. Considere o campo vetorial $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dado por $\mathbf{F}(x, y, z) = \big(x + e^z, y + 1, z + \cos(xy)\big)$ e a superfície $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y + 2 = \sqrt{x^2 + z^2},\ 0 < y < 2\}$.

(a) Represente graficamente S.

(b) Determine o fluxo de $\mathbf{F}$ através de S na direção exterior usando o Teorema de Gauss.

[7 val.] 3. Considere a EDO de 1ª ordem não-linear $x' = \dfrac{2x^4 + 3t^4}{x^3 t}$.

(a) Determine a solução geral da equação fazendo a substituição de variável $z = \dfrac{x}{t}$.

(b) Calcule a solução da equação que verifica $x(1) = 1$ e indique o intervalo aberto maximal onde está definida a solução.