

Cálculo Diferencial e Integral III

LEC e LEME, 1º Semestre 2025/26

MAP 3

- [7 val.] 1. Considere a equação diferencial parcial (EDP):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} = y$$

onde $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função de classe C^1 .

- (a) Determine as curvas características da EDP.
- (b) Resolva a EDP.

- [7 val.] 2. Considere $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x|$.

- (a) Determine a série de Fourier de f .
- (b) Determine, justificando, o valor de

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}.$$

- [6 val.] 3. Considere o seguinte problema para a equação de onda:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi, t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = f(x), & 0 < x < \pi. \\ \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

- (a) Usando o método de separação de variáveis, deduza a solução formal do problema.
- (b) Determine a solução do problema para $f(x) = 3 \cos(x) + 7 \cos(4x)$.