Cálculo Diferencial e Integral III

Teste 3

1. Considere $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ e resolva as seguintes EDPs:

   (a) $\dfrac{\partial u}{\partial x} - 2u = 0$ (b) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2y + e^x$

2. Considere $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe C^1 e a EDP de 1ª ordem:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - 3\frac{\partial u}{\partial y} = \sin x + \cos y$$

   (a) Determine as curvas características da EDP e represente-as graficamente.
   (b) Determine a solução geral da EDP.
   (c) Determine a solução que satisfaz a condição $u(t,t) = h(t)$, onde h é uma função dada e $t \in \mathbb{R}$.

3. Considere $h :]0,\pi[\to \mathbb{R}$ dada por $h(x) = x(\pi - x)$.

   (a) Determine a série de Fourier de senos de h.
   (b) Represente graficamente a série da alínea anterior. Justifique.
   (c) Resolva o seguinte PVIF para a equação de onda.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, & 0 < x < \pi,\ t > 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0, & t > 0 \\ u(x,0) = 0, & 0 < x < \pi. \\ \dfrac{\partial u}{\partial t}(x,0) = x(\pi - x), & 0 < x < \pi. \end{cases}$$