

Cálculo Diferencial e Integral III

LEC e LEME, 1º Semestre 2025/26

MAP 2

1. Considere o sistema de EDOs.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \text{onde } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}.$$

- (a) Calcule e^{At} .
 - (b) Determine a solução do sistema para $x(0) = x_0$ e $y(0) = y_0$.
 - (c) Esboce as soluções do sistema no espaço de fase $x y$
2. Considere a equação do oscilador harmónico forçado

$$x'' + 9x = \sin(t) \tag{1}$$

- (a) Determine a solução geral da equação homogénea correspondente. Justifique.
 - (b) Determine a solução geral da EDO não-homogénea (1). Justifique.
3. Considere o problema com condições iniciais

$$x' = (x - 1)^{2/3}, \quad \text{com } x(0) = 1. \tag{2}$$

- (a) Mostre que o problem tem um número infinito de soluções.
- (b) Explique porque é que o resultado anterior não contradiz o Teorema de Picard-Lindelöf