

Análise Matemática IV

Eng. Ambiente, Eng. Biológica, Eng. Química, Química
2º Semestre — 28 Abril 2006

Nome: _____
Número: _____ Curso: _____

Duração: 45 Minutos

Cotação das perguntas de escolha múltipla : Correcta: 0.7 v. Errada: -0,2v.

A preencher pelo docente:

Correctas	Erradas	TEM	PD
Nota			

1. Considere a lista de afirmações seguintes relativas à função

[0.7]

$$f(z) = \frac{e^{1/z}(1 - z \operatorname{sen}(\frac{\pi}{2}z))}{z(z-1)^2}$$

- I. f tem um pólo simples em $z = 1$.
- II. f tem uma singularidade essencial em $z = 0$.
- III. f tem um pólo duplo em $z = 1$.
- IV. f tem uma singularidade removível em $z = 0$.

A lista completa de afirmações correctas é:

- I e II I e IV III e IV II e III.

2. O desenvolvimento em série de Laurent de uma função f na região D , definida por $0 < |z - 1| < 1/2$, é dado por

[0.7]

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{(2n+1)} (z-1)^{2n-1}.$$

Diga qual das afirmações seguintes é verdadeira:

- f tem um pólo duplo em $z = 1$.
- f é analítica em \bar{D} .
- O resíduo de f em $z = 1$ é $(-1/2)$.
- f tem um pólo simples em $z = 1$.

3. Seja $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ uma função cujas únicas singularidades são $z = 1$ e $z = -1$, com resíduos positivos. Para as curvas (simples e percorridas no sentido positivo) abaixo indicadas, considere a seguinte lista de igualdades: [0.7]

- I. $\oint_{|z|=3} f(z)dz = \oint_{|z-1|=1} f(z)dz + \oint_{|z+1|=1} f(z)dz.$
- II. $\oint_{|z|=3} f(z)dz = 0.$
- III. $\oint_{|z|=1/2} f(z)dz = 0.$
- IV. $\oint_{|z+1|=1} f(z)dz = \oint_{|z|=3} f(z)dz.$

A lista completa de afirmações correctas é:

- I e IV I e III II e IV II e III.
-

4. Para o integral [0.7]

$$I = \int_0^\pi \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$$

diga qual das igualdades seguintes é verdadeira:

- $I = -i \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 + 4z + 1}$
 - $I = 2 \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 + 4iz - 1}$
 - $I = \oint_{|z|=1} \frac{z dz}{z^2 + 4z + 1}$
 - $I = 2i \oint_{|z|=1} \frac{dz}{z^2 - 4z + 1}$
-

Justifique convenientemente todas as respostas às questões seguintes

5. Determine a série de Laurent de $\frac{1}{z^2 - 1}$ válida na região $|z - 1| > 2$. [1.2]

6. Use o Teorema dos resíduos para calcular o integral [1.0]

$$\oint_{|z|=1} \frac{\text{sen } z}{z^2(z^2 + 2)} dz.$$