Álgebra Linear

Cursos: MEEC, MAmb, LMat, LQ, LEIC-A, MEQ
2ºS — 2007/08

4ª Lista: Continuação da lista 4

Notação: Sejam B e B' duas bases de um espaço linear. A matriz M que faz a mudança da base B para a base B' é:

$$x_{B'} = Mx_B.$$

Também se indica M por $M_{B',B}$:

$$x_{B'} = Mx_B \Longleftrightarrow x_{B'} = M_{B',B}\, x_B.$$

Mudança de Base

1. Encontre a matriz mudança de base, da base ordenada $B = ((2,-2),(3,4))$, para a base ordenada $B' = ((1,-1),(0,2))$. Usando a matriz de mudança de base, determine ainda o vector das coordenadas de $w_B = (2,2)$ na base B'.

2. Seja $B = (u_1, u_2, u_3)$ uma base ordenada de $\mathbb{R}^3$, onde $u_1 = (2,1,0)$, $u_2 = (-1,1,1)$, e $u_3 = (1,1,1)$. Seja $v = u_1 + 2u_2 - u_3$ um vector de $\mathbb{R}^3$ representado na base B. Represente v na base canónica de $\mathbb{R}^3$ usando a matriz de mudança de base.

3. Sabendo que o vector das coordenadas de dois vectores $x, y \in \mathbb{R}^2$ nas bases B_1 e B_2 de $\mathbb{R}^2$ são:

$$x_{B_1} = (1,1), \quad x_{B_2} = (0,3), \quad y_{B_1} = (-1,2), \quad y_{B_2} = (1,4),$$

Determine as matrizes de mudança de base: M_{B_1,B_2} e M_{B_2,B_1}.

4. Seja P o espaço linear dos polinómios reais de variável real de grau menor ou igual a 2. Encontre a matriz mudança de base, da base canónica de P para a base ordenada $B = (1-t, t^2, 1+t+t^2)$ de P, e use esta matriz para determinar $w = 2 - 3t + t^2$ na base B.

5. No espaço linear das matrizes 2×2 simétricas considere duas bases B_1 e B_2 e a matriz M de mudança da base B_1 para a base B_2. Sabe-se que

$$B_2 = \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right) \quad \text{e} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Determine a base B_1.

Exercícios de escolha múltipla

---

6. Considere as bases ordenadas $B_1 = (1+t, t)$ e $B_2 = (t-1, t+2)$ do espaço linear real dos polinómios de coeficientes reais de grau menor ou igual a 1. Então a matriz de mudança de base, da base B_1 para a base B_2 é

$\square \begin{pmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. $\square \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$. $\square \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. $\square \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
