Álgebra Linear

Licenciaturas: Eng. Química, Química
1º Semestre — 7 Nov. 2005

Nome:	
Número:	Curso:

Duração: 45 Minutos
Cotação das perguntas de escolha múltipla : Correcta: 1,2 v. Errada: -0,4v.

A preencher pelo docente:

Correctas	Erradas	TEM	PD
Nota			

---

1. Sabendo que $\det(A) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, considere a lista de afirmações seguintes. **[1.2]**

I. $\det(-A) = 5$

II. $\begin{vmatrix} d & g & a \\ e & h & b \\ f & i & c \end{vmatrix} = 5$

III. $\begin{vmatrix} -a & b & -c \\ -d & e & -f \\ -g & h & -i \end{vmatrix} = 5.$

IV. $\det(A + A^T) = 10.$

A lista completa de afirmações correctas é:

☐ I e IV ☐ I e III e IV ☐ II e III e IV ☐ II e III

---

2. Seja A uma matriz 4×4 com entradas reais tal que $\det(A^3) = -8$. Considere a seguinte lista de afirmações: **[1.2]**

I. A^5 é invertível.
II. A não tem zeros na diagonal principal.
III. O número de soluções do sistema $AX = b$ depende de b.
IV. A dimensão do espaço das colunas de A é 4.

A lista completa de afirmações correctas é:

☐ III e IV ☐ I e IV ☐ I e II e III ☐ I e II e IV

---

3. Diga qual dos conjuntos seguintes é um subespaço linear de $\mathbb{R}^3$ **[1.2]**

☐ $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1 + y \text{ e } z = 0\}$.
☐ $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x = z \text{ e } x + y = -z\}$
☐ $\{(x,x,1) : x \in \mathbb{R}\}$.
☐ $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : xy = 0\}$.

---

4. Para o subespaço linear $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & c \end{bmatrix} : a,b,c \in \mathbb{R} \right\}$, diga qual das afirmações seguintes é verdadeira: **[1.2]**

☐ $\dim S = 1$ ☐ $\dim S = 2$ ☐ $\dim S = 3$ ☐ $\dim S = 4$

Justifique convenientemente todas as respostas às questões seguintes

---

5. Use o desenvolvimento de Laplace para calcular o determinante de $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$. Determine ainda a entrada $(1,3)$ da inversa de A. **[2.2]**

6. Faça a discussão do núcleo de $A_\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ \alpha & 2 & 3\alpha \end{bmatrix}$ em termos do parâmetro real α, indicando em cada caso uma base para o núcleo, a dimensão do espaço das linhas e das colunas de A_α. **[2.0]**

7. Diga, justificando, se a afirmação seguinte é verdadeira ou falsa: **[1.0]**

- Sendo C uma matriz $m \times n$ e D uma matriz $n \times p$, o núcleo de D está contido no núcleo de CD.