

## Álgebra Linear

Licenciaturas: Eng. Química, Química  
1º Semestre — 19 Out. 2005

Nome: _____
Número: _____ Curso: _____

**Duração:** 45 Minutos

**Cotação** das perguntas de escolha múltipla : Correcta: 1,5 v. Errada: -0,5v.

*A preencher pelo docente:*

Correctas	Erradas	TEM	PD
Nota			

1. Considere a lista das afirmações seguintes relativas à matriz

[1.5]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- I.  $A$  é uma matriz invertível.
- II.  $\text{car}(A) = 3$
- III.  $A$  é uma matriz elementar.
- IV.  $\text{car}(A) = 2$ .

A lista completa de afirmações correctas é:

- I e II e III       II e III       I e III e IV       I e II

2. Considere o sistema de equações lineares:

[1.5]

$$\begin{cases} x & -2y & -z & = & 1 \\ & y & -z & = & 0 \\ -2x & +4y & +2z & = & -2. \end{cases}$$

Diga qual das afirmações seguintes é verdadeira:

- A intersecção dos três planos definidos pelas equações do sistema é um ponto.
- A solução geral do sistema é:  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1 + 3z \text{ e } y = z\}$ .
- A característica da matriz dos coeficientes do sistema é 3.
- A solução geral do sistema é:  $\{(x, y, z) = (-2, 1, 1)\}$ .

3. Considere as matrizes elementares seguintes

[1.5]

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Diga qual das igualdades seguintes é verdadeira:

$$\begin{array}{ll} \square BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \square BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \square AB = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \square AB = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Justifique convenientemente todas as respostas às questões seguintes

4. Seja  $I$  a matriz identidade  $2 \times 2$ ,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ .

- a) Calcule a matriz  $(A - \alpha I)$  onde  $\alpha$  é um escalar. [0.5]  
 b) Diga para que valores de  $\alpha$  a matriz  $(A - \alpha I)$  é invertível. [1.0]  
 c) Faça a discussão do sistema  $(A - \alpha I)X = b$  em termos dos parâmetros reais  $\alpha, b_1$  e  $b_2$ , indicando em cada caso a solução geral do sistema. [1.5]

5. Seja  $A$  uma matriz,  $n \times n$ , invertível que verifica  $A^2 = -I$  (onde  $I$  designa a matriz identidade).

- a) Mostre que  $A^{-1} = A^3$ . [1.3]  
 b) Mostre que  $BA + BA^3 = 0$ , para qualquer matriz  $B$ ,  $n \times n$ . [1.2]