

Complementos de Análise Complexa

1º Semestre 2007 / 2008

Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação

▷ Programa

0. **Funções Holomorfas e Meromorfas (Revisão)** *2 aulas*
Diferenciabilidade e analiticidade. Séries de potências, teorema de Abel. Funções elementares. Fórmulas integrais de Cauchy. Teorema de Cauchy. Teorema de Taylor. Teorema de Liouville. Séries de Laurent. Teorema de Laurent. Teorema dos resíduos.
- I. **Funções Racionais e a Esfera de Riemann** *3 aulas*
Polinómios e o teorema fundamental da álgebra. Teorema de Lucas. Funções racionais. A esfera de Riemann. Transformações de Möbius.
- II. **Teoria Local de Funções Holomorfas** *3 aulas*
Princípio do módulo máximo. Teorema da aplicação aberta. Princípio do argumento. Princípio da identidade. Teorema de Morera. Teoremas de Rouché e Hurwitz.
- III. **Teoria Global de Funções Holomorfas e Meromorfas** *5 aulas*
Índice analítico de uma curva em torno de um ponto. Teorema de Cauchy global. Álgebra exterior e formas diferenciais. Cohomologia de de Rham. Homotopia e o grupo fundamental. Grau (índice topológico) e relação com o índice analítico. Homologia singular: cadeias, ciclos e bordos. Relação entre homotopia e homologia. Aplicação ao teorema de Cauchy clássico.
- IV. **Funções Inteiras e Funções Harmónicas** *3 aulas*
Produtos infinitos. Representação de Weierstrass. Factorização de Hadamard. Teorema do valor médio. A fórmula de Poisson. Desigualdade de Jensen. Fórmula de Poisson-Jensen.
- V. **Transformações Conformes** *3 aulas*
Equivalência conforme. Lema de Schwarz. Princípio de reflexão de Schwarz. Automorfismos. Teorema da aplicação de Riemann. Fórmula de Schwarz-Christoffel.
- VI. **Toros Complexos e Funções Elípticas** *3 aulas*
Funções periódicas e duplamente periódicas. A função $\wp$ de Weierstrass de um reticulado. Funções theta e funções elípticas.
- VII. **Continuação Analítica e Superfícies de Riemann** *4 aulas*
Continuação analítica ao longo de curvas. A função modular e os teoremas de Picard. A função Zeta de Riemann. O teorema dos números primos. Germes de funções analíticas. Superfície de Riemann de uma função algébrica.
- ▷ **Bibliografia Recomendada**
S. Lang, Complex Analysis, Fourth Ed., GTM 103, Springer Verlag, 1999.