

TESTE DA MATRIZ HESSIANA

Seja $f : A \subset \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^2 numa vizinhança de $a \in A$. A matriz Hessiana

$$Hf(a) = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]_{i,j=1}^n$$

é uma matriz $n \times n$ simétrica real (logo diagonalizável) e todos os seus valores próprios são reais. Sejam λ_{\min} e λ_{\max} respectivamente o menor e maior valor próprio de $Hf(a)$.

Valores próprios de $Hf(a)$	$Hf(a)$	Resultado do teste
todos positivos	definida positiva	a é mínimo estrito
todos negativos	definida negativa	a é máximo estrito
$\lambda_{\min} = 0, \lambda_{\max} > 0$	semidefinida positiva	a não é máximo
$\lambda_{\min} < 0, \lambda_{\max} = 0$	semidefinida negativa	a não é mínimo
$\lambda_{\min} < 0, \lambda_{\max} > 0$	indefinida	a é ponto de sela
todos nulos	-	inconclusivo