

Probabilidades e Estatística

LEAN, LEGM, LEIC-A, LEMat, LMAC, MEAer, MEAmbi,
MEBiol, MEBiom, MEC, MEEC, MEFT, MEMec, MEQ

1º semestre – 2011/2012
2/02/2012 – 9:00

1º TESTE (Época Recurso)
Duração: 1 hora e 30 minutos

Justifique convenientemente **todas as respostas!**

Grupo I

10 valores

- As chamadas de telemóveis de determinada rede sem fios podem ser longas com probabilidade 0.4 ou curtas com probabilidade 0.6. Durante uma chamada longa, feita nessa rede, podem ocorrer zero *handoffs*,¹ um *handoff* ou pelo menos dois *handoffs*, com probabilidades 0.25, 0.25 e 0.5, respectivamente; mas se uma chamada é curta, as ocorrências de zero, um ou pelo menos dois *handoffs* possuem probabilidades $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{6}$, respectivamente.
 - Qual a probabilidade de não ocorrer *handoff* durante uma chamada nessa rede? (2.5)
 - Calcule a probabilidade de uma chamada ser longa, sabendo que durante essa chamada ocorreram pelo menos dois *handoffs*. (2.0)
- Admita que a parte inteira do logaritmo do número de bactérias de certo tipo, numa amostra de 50ml de água de um reservatório (de acumulação de manancial superficial), é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com valor esperado igual a 3.5.
 - Calcule a probabilidade de a parte inteira do logaritmo do número dessas bactérias, numa amostra de 100ml de água do reservatório, exceder 8. (2.5)
 - Identifique a distribuição da variável aleatória que representa o número de amostras de 100ml que são recolhidas até ser detectada a primeira amostra cuja parte inteira do logaritmo do número daquelas bactérias exceda 8. Calcule o valor esperado e o desvio-padrão desta variável aleatória. (3.0)

Grupo II

10 valores

- Uma fábrica de móveis adquire troncos de cerejeira cujo diâmetro, X , tem distribuição normal com valor esperado 25cm e desvio-padrão 10cm. A qualidade da madeira depende do diâmetro do tronco: se $X < 15$ cm a qualidade da madeira é considerada inferior; se $15\text{cm} \leq X \leq 25\text{cm}$ é considerada de qualidade média; e se $X > 25\text{cm}$ é considerada de qualidade superior.
 - Suponha que foi adquirido um lote de 1000 troncos de cerejeira. Indique a expressão exacta para a probabilidade de nesse lote existirem mais de 500 troncos de qualidade inferior. Determine um valor aproximado para esta probabilidade. (3.0)
 - O lucro, por tronco, depende da qualidade da madeira do tronco e é de: 50 Euros se a madeira for de qualidade inferior; 150 Euros se for de qualidade média; e 250 Euros se for de qualidade superior. Qual é o valor esperado do lucro por tronco? (2.0)
- Considere duas variáveis aleatórias, X e Y , tais que $P(X = 1|Y = 2) = 1$.

Admita que X tem distribuição binomial com parâmetros $n = 1$ e $p = 0.1$ e que Y tem distribuição hipergeométrica de parâmetros $N = 5$, $M = 2$ e $n = 2$.

 - Determine a função de probabilidade conjunta do par aleatório (X, Y) . (2.5)
 - Determine o coeficiente de correlação entre as variáveis X e Y e comente o resultado obtido. (2.5)

Nota: Caso não tenha resolvido a alínea anterior considere que $E(XY) = 0.2$.

¹O *handoff* (ou *handover*) é o procedimento empregue em redes sem fio para tratar a transição de uma unidade móvel de uma célula para outra, de forma transparente ao utilizador.