



Probabilidades e Estatística

LEMat, LMAC, MEAmbi, MEBiol, MEBiom, MEEC, MEFT, MEQ LEAN,
MEAer, MEMec1º semestre – 2011/2012
07/01/2012 – 8:302º Teste (Época Normal)
Duração: 1 hora e 30 minutosJustifique convenientemente **todas as respostas!****Grupo I**

10 valores

1. Seja X uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p , onde n é conhecido e p desconhecido.

Considere uma amostra aleatória de dimensão unitária, X_1 , proveniente da população X , e o seguinte estimador de p : $T = \frac{X_1 + \frac{\sqrt{n}}{2}}{n + \sqrt{n}}$.

(a) Mostre que T não é um estimador centrado de p . (1.0)

(b) Prove que $\lim_{n \rightarrow +\infty} V(T) = 0$. (1.0)

2. Foram recolhidas observações de duas amostras aleatórias independentes. A primeira diz respeito à pressão de trabalho (X , em $10^3 psi$) de 20 peças de aço comum; a segunda reporta-se à pressão de trabalho (Y , em $10^3 psi$) de 25 peças de aço inoxidável. Suponha que X e Y possuem distribuições normais com valores esperados desconhecidos μ_X e μ_Y e desvios-padrão $\sigma_X = 4.0$ e $\sigma_Y = 5.0$, respectivamente.

(a) Obtenha um intervalo de confiança a 90% para a diferença de valores esperados, $\mu_X - \mu_Y$, sabendo que as duas amostras conduziram aos totais $\sum_{i=1}^{20} x_i = 596$ e $\sum_{i=1}^{25} y_i = 867.5$. (3.0)

(b) Teste a razoabilidade da hipótese de igualdade de valores esperados, ao nível de significância de 5%. (3.0)

(c) Com base no teste da alínea anterior, determine a probabilidade de se rejeitar $H_0 : \mu_X - \mu_Y = 0$ ao nível de significância de 5%, quando na verdade $\mu_X - \mu_Y = 1$. (2.0)

Grupo II

10 valores

1. Um dado tipo de telemóvel é vendido em cinco cores: azul (1); branco (2); castanho (3); verde (4); encarnado (5).

No sentido de averiguar da popularidade destas cinco cores, foram inquiridos 300 clientes escolhidos ao acaso, tendo os resultados sido condensados na seguinte tabela de frequências:

Cor	azul (1)	branco (2)	castanho (3)	verde (4)	encarnado (5)
Freq. absoluta observada	40	55	65	88	52

Teste a hipótese de os consumidores não terem preferência por qualquer das cores. Tome a decisão com base no valor p . (4.0)

2. Um investigador desenvolveu um novo método para medir a concentração de açúcar no sangue. Para demonstrar a sua eficácia usou o novo método em 12 amostras de sangue com concentrações conhecidas, x_1, \dots, x_{12} , tendo obtido os resultados y_1, \dots, y_{12} . Determinou de seguida as seguintes quantidades:

$$\bar{x} = 5.5; \quad \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 498; \quad \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 499.767; \quad \bar{y} = 5.492; \quad \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 501.846.$$

Admitindo que o modelo de regressão linear simples, $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$, é adequado para modelar a relação entre Y e x , e considerando as hipóteses de trabalho habituais, responda às questões seguintes:

(a) Estime β_0 , β_1 e a variância de ε . (3.0)

(b) Teste a razoabilidade da hipótese $H_0 : \beta_1 = 1$, ao nível de significância 5%. (3.0)