

1º Trabalho Computacional

Análise Numérica (20/10 a 4/11 de 2017)

Nota Geral: O relatório deve ser apresentado em ficheiro PDF (não mais de 15 páginas), e anexe um código executável (e.g. *Mathematica* notebook, sem output). O tempo de execução é um factor de classificação. As figuras seleccionadas com legenda, devem constar apenas do relatório. São dispensadas introduções da matéria conhecida. Comente os resultados obtidos.
Envie os dois ficheiros anexos num email para alvescjs@gmail.com

1)_[9.0] Considere a aproximação de uma função periódica por um spline cúbico.

a) Deduza o sistema que lhe permite definir um spline cúbico periódico, mantendo regularidade C^2 na periodicidade. [nota: caso não resolva esta alínea use um spline natural no seguinte]

b) Programe uma rotina tal que - dada uma lista de pontos $\{(x_0, y_0), \dots, (x_N, y_N)\}$ em \mathbb{R}^2 , o resultado é um par de splines cúbicos $\mathbf{S} = (S_x, S_y)$ interpoladores e periódicos, ou seja,

$$\mathbf{S}(t_k) = (S_x(t_k), S_y(t_k)) = (x_k, y_k),$$

onde $t_k \in [0, 1]$ são *valores numa parametrização*, com $t_0 = 0$, $t_N = 1$. Entendendo que $(x_N, y_N) = (x_0, y_0)$.

c) Apresente um exemplo, mostrando que o resultado depende da parametrização escolhida para os t_k . Defina uma escolha automática de t_k .

d) Escolha 2 imagens com: (i) uma linha de costa de uma ilha; (ii) letras em grande formato.

A partir da recolha de um certo número de nós, use a rotina para construir o spline interpolador das linhas fechadas.

Comente a curva *spline* face à da imagem, variando o número de nós usado.
(Link auxiliar para obter coordenadas de pontos de uma imagem.)

2)_[4.0] Pretende-se calcular a função, para $x \in [1, 2]$,

$$f(x) = \log \log \left(\sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \left(\frac{jx}{k}\right)^2 \left(\frac{xG}{1+G}\right)^{k+j} \right),$$

onde G é o número do vosso grupo, e $M = 10^p$ com $p = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Programe a interpolação de Hermite, e apresente o polinómio interpolador de f em x_k escolhidos, para o maior M que consiga.

Apresente outro exemplo para o seu algoritmo. Faça uma estimativa do erro de interpolação de f e compare a estimativa com o erro real, num gráfico em $[1, 2]$.

3)_[5.0] Seja $n_1 n_2 n_3 n_4 n_5$ o maior número mecanográfico no vosso grupo G .

a) Determine uma fórmula para o cálculo de

$$A(g) = g'''(z + n_3 h)$$

com base nos valores distintos de $g(z + n_k h)$, e faça um estudo de erro tendo em conta os erros de arredondamento.

b) Aplique a fórmula deduzida em a) para uma função implícita $y = g(x)$ onde, para $x \in [0, 1]$,

$$y + G = \sin\left(\frac{G}{1+G} x^{2+G} y\right) + 20,$$

Apresente gráficos de g''' , usando diferentes $h > 0$, e nós $t_k = kh \in [0, 1]$, ilustrando a convergência quando $h \rightarrow 0$.

Nota_[2.0] : Dois valores são para a apreciação global e apresentação do trabalho.