Trabalho Computacional (Grupo G)

Análise Numérica Funcional e Optimização (6/12/2017 a 22/12/2017)

Nota Geral: O relatório deve ser apresentado em ficheiro PDF (não mais de 20 páginas), e anexe um notebook *Mathematica* executável, sem *output*. A rapidez de execução é factor de avaliação. As figuras seleccionadas com legenda, devem constar apenas do relatório. São dispensadas introduções da matéria conhecida. Comente todos os resultados obtidos.
Envie os dois ficheiros anexos a um email para **alvescjs@gmail.com**

1)$_{[8.0]}$ Programe o método do ponto fixo aplicado a equações integrais

$$u(x) = f(x, (\mathcal{K}u)(x))$$

sendo $(\mathcal{K}u)(x) = \int_a^b c(x, u(y))\, dy$, em que as funções c e f são dadas pelo utilizador, bem como o intervalo $[a, b]$.

(Para efeitos do cálculo do integral, use a regra dos trapézios, introduzindo o número de subintervalos N.)

a) Indique condições sobre c, f de forma a garantir existência, unicidade, e a convergência do método do ponto fixo.

b) Usando como critério de paragem $||u_{n+1} - u_n||_\infty < \varepsilon$, comente sobre o erro cometido, com base em a). Discuta a influência do erro de discretização do integral.

c) Aplique o método a exemplos concretos, por exemplo, $[a, b] = [0, \frac{G}{2}]$,

$$f(x, \kappa) = x^{4-G}\kappa^G, \quad c(x, z) = \alpha \sin\left(\frac{6-G}{2}x + 3\alpha z\right),$$

apresentando gráficos que ilustrem a convergência, variando α.

2)$_{[4.0]}$ Programe os métodos de Broyden e Newton em $\mathbb{C}^6$ para resolver qualquer equação do 6º grau usando as equações em $z_1, \ldots, z_6$:

$$(x - z_1) \cdots (x - z_6) = x^6 + c_5 x^5 + \cdots + c_1 x + c_0$$

notando que cada igualdade em c_k define uma equação nas incógnitas.

Em particular, aplique a $x^6 + x^G + x = \beta$, apresentando o gráfico das raízes reais em função de $\beta \in [-2, 2]$. Compare os resultados dos métodos em termos dos erros.

3)$_{[6.0]}$ Sejam $C_1 = \{(x, g_1(x)) : x \in \mathbb{R}\}$, $C_2 = \{(x, g_2(x)) : x \in \mathbb{R}\}$, duas curvas definidas por gráficos, com $g_1 < g_2$.

Pretende-se encontrar a distância mínima entre estas duas curvas, ou seja

$$dist(C_1, C_2) = \min_{x \in C_1, y \in C_2 \mathbb{R}} ||x - y||_p$$

em que a norma em $\mathbb{R}^2$ usa $p \geq 1$.

Defina uma função objectivo apropriada para aplicação dos métodos seguintes, em particular a um problema com

$$g_1(x) = 7e^{-(x-G-1)^2}, \quad g_2(x) = 3 + 2x^2 - \sin(Gx - \frac{3}{2}x).$$

a) Implemente o método do gradiente e Newton com pesquisa linear exacta e inexacta.
b) O mesmo que em a) para os métodos DFP e BFGS.
Comente a evolução dos resultados em função de p.

Nota: *2 valores são reservados para apresentação e aspecto global.*