2º Trabalho Computacional

Análise Numérica (de 5 a 20 de Dezembro de 2017)

Nota Geral: O relatório deve ser apresentado em ficheiro PDF (não mais de 15 páginas), e anexe um código executável *(e.g. Mathematica* notebook, sem *output)*. O tempo de execução é um factor de classificação. As figuras seleccionadas com legenda, devem constar apenas do relatório. São dispensadas introduções da matéria conhecida. Comente os resultados obtidos.
Envie os dois ficheiros anexos num email para **alvescjs@gmail.com**

No que se segue G é o número do seu grupo.

1)$_{[6.0]}$

a) Programe o Algoritmo de Remes, para obter a melhor aproximação uniforme da função

$$f(x) = \frac{Gx(1-x)^2}{1+Gx^4}$$

no intervalo $[-2+\frac{1}{G+5},\ 2+\frac{1}{G+5}]$ por polinómios $\mathcal{P}_n$ com $n = 1, 3, 5$. Apresente os gráficos relevantes.

b) O mesmo que em a) mas usando mínimos quadrados no mesmo intervalo, com pesos $w(x) = 1$, e $w(x) = x^4$.

2)$_{[6.0]}$ Considere M uma matriz 5×5 definida nas primeiras linhas pelos 5 dígitos dos números mecanográficos. Na restante linha(s) escolha os valores.

Defina as matrizes $A_t = (1-\theta)D + \theta M$, onde $\theta \in [0,1]$, e $D = diag(M)$ é a matriz diagonal retirada de M.

Programe os métodos:

(i) Método QR;

(ii) Método das iterações inversas (ou método das potências com deflação);

para encontrar os valores próprios $\lambda_k(\theta)$ de A_t, apresentando os 5 caminhos $\theta \to \lambda_k(t)$ como gráficos no plano complexo.

3)$_{[6.0]}$ Considere a resolução de um sistema de equações diferenciais que define uma trajectória $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^2$, condicionada por forças atractivas de intensidade μ_k, localizadas em 5 pontos $\mathbf{s}_k$, definida por

$$\mathbf{y}''(t) = \sum_{k=1}^{5} \frac{\mu_k(\mathbf{s}_k - \mathbf{y}(t))}{||\mathbf{s}_k - \mathbf{y}(t)||^2}.$$

Considere $(\mu_1, ..., \mu_5)$ os dígitos de um número mecanográfico, e $(\sigma_1, ..., \sigma_5)$ de outro, definindo $\mathbf{s}_k = ((-1)^k \frac{2G-11}{2G+11}\sigma_k,\ k)$.

Dada a posição inicial $\mathbf{y}(0) = (0,0)$ e velocidade inicial $\mathbf{y}'(0) = (\cos(\theta), \sin(\theta))$, o programa deve devolver $\mathbf{y}_k \approx \mathbf{y}(t_k)$, onde estes pontos definem uma trajectória até ao instante t_F. Considere $\theta = \pi/(G+2)$.

a) Para o cálculo de $\mathbf{y}_k$ compare um método Runge-Kutta e um método Adams, ambos da mesma ordem, com diferentes espaçamentos.

Apresente graficamente as trajectórias da partícula até que os métodos divirjam visivelmente no resultado, para um certo espaçamento.

b) Determine um θ e $t_F > 10$, tal que a trajectória regresse ao ponto inicial (aproximadamente). Apresente-a.

Nota$_{[2.0]}$: *Dois valores são para a apreciação global e apresentação do trabalho.*