

Análise Numérica II

2º Trabalho 2003/04.

Trabalho 25 (Sérgio Marcelino, Tiago Carvalho, Pedro Pinheiro)

1. Construa uma função em *Mathematica* de tal forma que, dada uma lista de pontos

$$l = \{\{x_0, f_0\}, \dots, \{x_n, f_n\}\}$$

- a) Obtenha o spline linear e o spline cúbico natural.
- b) Apresente e comente alguns resultados e gráficos para certos f . Inclua, em particular: $f(x) = x/(1 + 16x^2)$, $x \in [-3, 1]$, com 5 e 20 pontos igualmente espaçados.
- c) Apresente dois exemplos para diferentes f em que obtenha uma estimativa do erro.

2. Construa uma função em *Mathematica* de tal forma que, dada uma lista de valores

$$l = \{f_0, \dots, f_{n-1}\}$$

- a) Obtenha a Transformação de Fourier Discreta.
- b) Obtenha a Transformação de Fourier Rápida (FFT) usando $n = 2^m$.
- c) Utilize as rotinas para calcular o polinómio trigonométrico que interpola $f(x) = x(x - e^x)$ em $[0, 2\pi[$ usando 10 e 32 pontos igualmente espaçados. Apresente resultados para outras duas funções.

3. Construa uma função em *Mathematica* de tal forma que, dada uma lista de pontos

$$l = \{\{x_0, f_0\}, \dots, \{x_n, f_n\}\},$$

uma lista de pesos $w = \{w_0, \dots, w_n\}$, e uma lista de funções $\Phi = \{\phi_0, \dots, \phi_m\}$

- a) Obtenha a melhor aproximação ϕ^* em $\langle \Phi \rangle$, no sentido dos mínimos quadrados, para o produto interno discreto usando os pesos w_i .

- b) Considere x_k pontos igualmente espaçados e valores $f_k = f(x_k)$ com $f(x) = \frac{3}{x^2 - 2}$ em $[-2, 2]$.

Determine ϕ^* para $\Phi = \{1, x, \cos(x), \exp(x), \arctan(x)\}$ usando $w(x) = e^{-x}$ com diferentes valores de n . Apresente resultados e gráficos também para a função de 2c) considerando $\Phi = \{1, \cos(x), \sin(x), \dots, \cos(kx), \sin(kx)\}$ e $w(x) = 1$. Comente.

- c) Compare experimentalmente os valores de ϕ^* que obtém usando os polinómios de Legendre para $f(x) = x^2 + \frac{1}{1+5x^2}$ em $[-1, 1]$ com os valores de ϕ^* que obtém usando um produto interno discreto (considere pesos apropriados).