Dossier de candidature
à un poste de Maître de Conférences.

Index :

Version électronique :

`http://www.math.ist.utl.pt/~brahic/Dossier-Brahic-2011.pdf`

Olivier Brahic, Mars 2011.

PROFIL GÉNÉRAL

Etat Civil :

Olivier BRAHIC, né à Alès le 24 juillet 1976.

Célibataire, sans enfants.

Domaines de recherche :

Géométrie de Poisson, Algébroïdes et Groupoïdes de Lie,

Situation professionnelle actuelle :

Post-doctotat à l'Instituto Superior Técnico de Lisbonne, sous la direction de Rui Loja Fernandes (`http://www.math.ist.utl.pt/~rfern`).

Qualification :

Mathématiques, 25e section,

numéro de qualification : MCF-2009-25-09225159282.

Coordonnées professionnelles :

Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais
1049-001 Lisboa, Portugal

Page personnelle :

`http://www.math.ist.utl.pt/~brahic`

Adresse stable en France :

16 C avenue de la Camargue,
30320 Marguerittes.

FORMATION UNIVERSITAIRE

2005-2011 Post Doctorat - IST Lisbonne :

Responsable :	Rui Loja Fernandes.
Thèmes :	Intégration des tenseurs de couplage, Groupoïdes Symplectiques Fibrés.
Financement :	Bourse FCT, SFRH/BPD/25432/2005

2000-2004 Thèse de Doctorat - Université de Montpellier II :

Titre :	Invariants Semi-locaux des Structures de Poisson.
Soutenance :	Novembre 2004, mention Très Honorable.
Laboratoire :	GTA (Géométrie Topologie Algèbre).

1999-2000 DEA de mathématiques - Université de Montpellier II :

Mémoire :	Holonomie de Poisson.
Options :	Algèbre (co)Homologique, Structures de Poisson, Déformations d'Algèbres.

1994-1999 Études Supérieures :

1998-1999 :	Maîtrise de mathématiques pures, Université de Montpellier II.
1997-1998 :	Licence de Mathématiques pures, Université de Montpellier II.
1995-1997 :	DEUG A, option Maths-Info, Université de Montpellier II.
1994-1995 :	Classe préparatoire Mathématiques Supérieures, EERIE (Nîmes).
Juin 1994 :	Baccalauréat général, série C, Lycée Alphonse Daudet (Nîmes).

Langues et Informatique :

Anglais :	lu, écrit, bon niveau
Portugais :	lu,écrit
Allemand :	notions
Geospace-Geoplan :	bonne maîtrise
Maple :	bonne maîtrise
Microsoft Word et Works :	bonne maîtrise
Microsoft Excel :	bonne maîtrise

RÉSUMÉ DU DOCTORAT

Intitulé de la thèse : *Invariants semi-locaux des structures de Poisson***.**

Accessible à `http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00575486/fr/`

La thèse a débuté en juin 2000 sous la direction de Jean-Paul Dufour. Après son départ à la retraite, Alberto Medina a accepté d'en reprendre la direction. La soutenance a eu lieu en Novembre 2004 à l'Université de Montpellier II.

Jury :

M. Bordemann	Professeur à l'université de Mulhouse, *Président du Jury*
J.P. Dufour	Professeur à l'université de Montpellier II
R.L. Fernandes	Professeur à l'Instituto Superior Tecnico de Lisbonne, *Rapporteur*
A. Medina	Professeur à l'université de Montpellier II, *Directeur de thèse*
P. Vanhaecke	Professeur à l'université de Poitiers,

Rapporteurs :

R.L. Fernandes	Professeur à l'Instituto Superior Tecnico, Lisbonne
I. Vaisman	Professeur à l'université d'Haifa, Israel.

Résumé de la thèse :

Le domaine de recherche dans lequel s'inscrit ce travail est la géométrie de Poisson. On s'intéresse plus particulièrement aux invariants géométriques associés à de telles structures.

Une structure de Poisson induit sur la variété ambiante un feuilletage singulier dont les feuilles sont naturellement munies d'une forme symplectique. Dès lors on peut voir que les invariants associés mêlent géométrie symplectique et théorie des feuilletages.

Une conséquence immédiate du théorème de décomposition locale de Weinstein [13] est que chaque point de la variété admet un unique invariant local, lequel est donné par la structure transverse. Pour aller plus loin, il convient donc de s'intéresser aux invariants de nature *semi-locale*, c'est à dire ceux qui dépendent du germe de la structure le long d'une sous-variété. C'est l'objet précis de cette thèse. On y distingue deux cas de figure opposés.

Dans un premier temps on étudie un structure de Poisson au voisinage d'un cercle de singularités, sous des hypothèses génériques. On en déduit une forme normale, ainsi qu'un ensemble complet d'invariants, lesquels sont interprétés géométriquement. On retrouve parmi ceux-ci la période du champ modulaire, ainsi que des constantes de structures traduisant des phénomènes liés à l'holonomie de ce champ le long des la singularité.

Par opposition au voisinage d'une sous-variété de singularités, on s'intéresse ensuite à celui d'une feuille symplectique. Pour celà on utilise un formalisme développé par Vorobjev [12] reprenant la notion de tenseur de couplage en physique. On montre alors comment utiliser ce formalisme pour démontrer des théorèmes classiques sur les structures de Poisson (*local-splitting* de Weinstein et unicité de la structure transverse à difféomorphisme près). On démontre des théorèmes de forme normale, et de linéarisation dans le cadre semi-local. Les cas transversalement semi-simples sont traités avec une attention particulière.

Procès-verbal de soutenance de thèse :

UNIVERSITE MONTPELLIER II
SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC
RAPPORT DE SOUTENANCE de la THESE de :

Nom et prénom : **BRAHIC** **OLIVIER**

Date de la soutenance : 12/11/2004

M. Brahic a expliqué de manière succincte et claire l'essentiel de ses travaux. Ses résultats sont très intéressants et originaux, notamment sa généralisation vraiment poissonnienne des résultats d'O. Radko et une première utilisation du formalisme de Vorobjev pour obtenir des résultats de forme normale. Dans son travail, il a fait preuve de maturité et d'autonomie.
Le jury a été pleinement satisfait des réponses qu'il a apportées à ses questions.
De plus, nous estimons que M. Brahic sera un très bon enseignement-chercheur.

Le Jury, après avoir délibéré a décerné le Grade de Docteur de l'Université Montpellier II

avec la MENTION : TRES HONORABLE

Signature Membres du Jury (préciser le président) :

BORDEMANN	MARTIN	Président
DUFOUR	JEAN-PAUL	
FERNANDES	RUI LOJA	Rapporteur
MEDINA	ALBERTO	Directeur
VANHAECKE	POL	

ENSEIGNEMENT

Mon activité en qualité d'enseignant s'est effectuée au sein de la faculté des Sciences de Montpellier a duré cinq ans, dont trois en tant que moniteur (avec un volume horaire de 64 heures annuelles) puis deux en tant qu'ATER (un demi-poste, avec un volume horaire de 98 heures annuelles).

Celà m'a permis d'enseigner dans diverses sections de DEUG dont chacune a ses spécificités propres sur lesquelles je reviendrai brièvement plus loin. En outre, j'ai particié à un module de géométrie en Licence durant trois années consécutives. Le tableau suivant résume les volumes horaires dans chaque matière abordée :

- **en tant qu'ATER :**

2004-2005	TD, Géométrie	Licence de mathématiques,	25h
	TP, Géométrie	Licence de mathématiques,	9h
	TD, Mathématiques	DEUG Maths-Info	45h
	Option Méthodologie	Sciences et Techniques Pour l'Ingénieur	25h
2003-2004	Géométrie	Licence de mathématiques,	25h
	TP, Géométrie	Licence de mathématiques,	9h
	Cours/TD intégrés, Maths	DEUG de Sciences de la Vie,	30h
	TD, Mathématiques	DEUG Mathématiques et Informatique.	45h

- **en tant qu'Allocataire Moniteur :**

2002-2003	TD de Géométrie	Licence de mathématiques	50h
	TD de Mathématiques	DEUG de Science de la Terre	45h
2001-2002	TD de Mathématiques	DEUG Mathématiques et Informatique	45h
	TD de Mathématiques	DEUG Sciences de la Terre	45h
2000-2001	TD de Mathématiques	DEUG de Sciences de la Vie	25h
	TD de Mathématiques	DEUG Mathématiques et Informatique	45h

Cours et T.D. de Mathématiques en Sciences de la Vie :

En Sciences de la Vie, le module de cours/TD intégrés de Mathématiques s'étalait sur une trentaine d'heures, avec un programme assez élémentaire : graphes d'applications $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, et $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, dérivation, dérivées partielles, techniques d'intégration, recherche de minima locaux...

T.D. de Mathématiques en Sciences de la Terre :

Dans cette section, le programme aborde les outils classiques de l'analyse (différentiabilité, développements limités, séries de Fourier...) ainsi que sur les bases de l'algèbre linéaire (notion d'espace vectoriel, de sous-espace, théorème du rang, équations linéaires...) avec un volume horaire de 45 heures de TD.

T.D. de Mathématiques dans la section Mathématiques et Informatique :

C'est la filière de premier cycle dans laquelle le programme en mathématiques est le plus poussé. En plus des thèmes cités plus haut, les notions de topologie élémentaire sont abordés. En analyse, l'étude des séries est approfondi, ainsi que le calcul intégral. En ce qui concerne l'algèbre, on aborde notamment les problèmes de diagonalisations et de forme normale de Jordan.

Option Méthodologie en Sciences et Techniques de l'Ingénieur :

Le but de cet enseignement est de permettre aux étudiants de développer une méthodologie scientifique dans d'investigation d'un problème. Il s'agit de proposer deux sujets pour lesquels on va laisser aux étudiants, organisés en groupes, le soin d'exposer le fruit de leur travail. Le premier sujet proposait une modélisation discrète des équations de la chaleur mettant en jeu des techniques d'algèbre linéaire. Le second sujet portait sur les mélanges de cartes, une manière déguisée de s'intéresser à l'algèbre des groupes finis.

T.D. de Géométrie en Licence de Géométrie :

Le module de Géométrie permet d'introduire les étudiants en licence de Mathématiques aux géométries affine, projective et euclidienne. Il s'adresse à la fois aux étudiants qui se destinent à l'enseignement, comme à la recherche. Pour chaque type de géométrie, on y aborde les théorèmes fondamentaux, les différentes notions de droite, leurs intersections, et comment certaines problèmes peuvent être simplifiés par projectivisation.

Les aménagements horaires ont été modifiés en 2003, la charge en TD étant largement réduite et une dizaine d'heures de TP introduites. Ces derniers ont débuté avec le cahier d'exercices intéractif *Interesp*, basé sur des problèmes élémentaires d'intersections entre droites ou plans dans l'espace. A l'aide des logiciels Geospace et Geoplan, nous avons ensuite abordé des constructions plus complexes : hexagone régulier, droite de Simpson, ou épicycloïde par exemple.

PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES

• *On the infinitesimal gauge symmetries of closed forms*, arXiv :1010.2189v2.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/1010.2189`

• *Lie algebroid Fibrations*, en collaboration avec Chenchang Zhu, Advances in Mathematics Volume 226, Issue 4, 1 March 2011, Pages 3105-3135.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/1001.4904`

• *Extensions of Lie Brackets*, Journal of Geometry and Physics (60) 2010, pp 352-374.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/0810.1462`

• *Poisson Fibrations and Fibered Symplectic Groupoids*, en collaboration avec R. L. Fernandes ; AMS Contemporary Mathematics Series vol. 450 p.41-59.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/math/0702258`

• *Hessian Riemannian gradient flows in convex programming,* en collaboration avec Felipe Alvarez et Jérôme Bolte ; SIAM J. Control Optim. 43 (2004), no. 2, 477-501.
Disponible sur `http://www.math.ist.utl.pt/~brahic/Legendre10.pdf`

• *Semi-local invariants for non-resonnant Poisson structures on* $S^1 \times \mathbb{R}^n$, arXiv :math/0412238v1.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/math/0412238`

• *Normal forms of Poisson structures near a symplectic leaf*, arXiv :math/0403136v1.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/math/0403136`.

• *Invariants semi-locaux des structures de Poisson*, O. Brahic ; Thèse de doctorat.
Disponible sur `http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00575486/fr/`

En préparation :

• *Integration of coupling Dirac structures,* en collaboration avec Rui Loja Fernandes.

• *Coupling tensors with a 3-form background.*

ACTIVITÉS DE RECHERCHE

Le domaine d'investigation des travaux présentés ici concerne essentiellement la géométrie de Poisson. Les structures de Poisson apparaissent naturellement dans divers domaines des mathématiques et de la physique ; en mécanique classique par exemple, par réduction de l'espace des phases d'un système hamiltonien sous l'action d'un groupe de symétries. On les retrouve aussi dans les problèmes de quantification par déformation, ou encore sur des espace de modules.

Rappelons qu'une variété de Poisson est donné par une structure d'algèbre de Lie définie sur l'espace des fonctions, et vérifiant l'identité de Leibniz. De manière équivalente, il s'agit d'un 2-vecteur dont le crochet de Schouten avec lui-même est nul. Une telle structure induit sur la variété ambiante une distribution singulière intégrable dont les feuilles sont naturellement munies d'une forme symplectique. On peut ainsi décrire une structure de Poisson comme un feuilletage singulier par des variétés symplectiques.

Les algébroïdes de Lie sont aussi un large sujet d'étude pour moi. On peut décrire sommairement un algébroïde comme étant la contrepartie infinitésimale d'un groupoide de Lie. Ceux-ci apparaissent souvent en association avec divers type de structures géométriques (voir par exemple [3] [7]).

Plus particulièrement, je m'intéresse aux différentes notions de 'fibration' dans ce contexte. Ci-dessous, vous trouverez une présentation analytique de certaines de mes publications. Les travaux concernant les extensions d'extension et de fibrations dans le cadre des algébroïdes de Lie seront abordés de manière un peu plus approfondie, c'est le thème que je me propose d'aborder dans l'éventualité d'un entretien.

Optimisation sous contraintes :

• *Hessian Riemannian gradient flows in convex programming,* en collaboration avec Felipe Alvarez et Jérôme Bolte ; SIAM J. Control Optim. 43 (2004), no. 2, 477-501.
Disponible sur `http://www.math.ist.utl.pt/~brahic/Legendre10.pdf`

On s'intéresse à un problème d'optimisation sous contraintes. Il s'agit de minimiser une fonction restreinte à un cône convexe ouvert de $\mathbb{R}^n$. Pour celà, on considère une métrique riemannienne qui explose sur le bord du cône, créant ainsi un effet de barrière qui force les trajectoires du gradiant à rester à l'intérieur du cône. Les métriques considérées sont *hessiennes*, c'est à dire données par la matrice hessienne d'une fonction strictement convexe, ce qui permet d'être plus explicite sur l'existence de solutions, le comportement asymptotique des trajectoires, ainsi que de construire des fonctions de Lyapunov.

D'un point de vue géométrique, on peut obtenir une description hamiltonnienne du système par une transformation de Legendre. On montre alors que le système obtenu est complètement intégrable.

Voisinages de singularités et groupes de Lie-Poisson :

• *Semi-local invariants for non-resonnant Poisson structures on* $S^1 \times \mathbb{R}^n$, arXiv :math/0412238v1.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/math/0412238`

Ce travail est tiré d'un chapitre de ma thèse, on y étudie le voisinage de certaines courbes de singularités dans une structure de Poisson. On donne un ensemble complet d'invariants sous des hypothèses génériques, lesquels sont interprétés géométriquement. Un théorème de forme normale es aussi démontré.

La structure de Lie-Poison sur $SL_2(\mathbb{R})$ associé à la r-matrice standard entre dans le cadre étudié. Une axe de recherche sur ce thème serait d'adapter ce travail à l'étude du voisinage du sous-groupe d'automorphismes intérieurs dun groupe de Lie-Poisson, lequel constitue de manière générale une courbe de singularié de la structure ambiante.

Structures couplées et voisinage d'une feuille symplectique :

• *Normal forms of Poisson structures near a symplectic leaf*, arXiv :math/0403136v1.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/math/0403136`.

On étudie dans ce travail, tiré de ma thèse, le voisinage d'une feuille symplectique S dans une structure de Poisson. Un tel voisinage peut être décrit de manière efficace en utilisant des tenseurs de couplage [12]. D'un point de vue géométrique, il s'agit d'une version feuilletée de la notion de fibration hamiltonienne en géométrie symplectique (voir notamment [6] pour des applications). Des résultats de forme normale et de linéarisation sont déduits.

Rappelons que le dual $\mathfrak{g}^*$ d'une algèbre de Lie est naturellement muni d'une structure de Poisson dont les feuilles symplectiques sont les orbites coadjointes. L'étude de leur voisinage dans le cas des groupes compacts est en large partie dûe à Guillemin, Lerman et Stenrberg [10], avec des développements particulièrement intéressants (hiérarchie coadjointe, méthode des orbites, particule dans un champ de Yang-Mills). Notamment, les polynômes de Duistermaat-Heckman décrivent des phénomènes de nature semi-locale, puisqu'ils mesurent les variations cohomologiques des formes symplectiques feuilles à feuille.

Dans le cas semi-simple non-compact, seule la structure transverse a été l'objet de recherches détaillées, notamment concernant sa polynômialité [8] [9]. Une étude semi-locale dans ce cadre nous paraît un thème de recherche particulièrement riche.

Extensions d'algébroïdes de Lie :

• *Extensions of Lie Brackets*, Journal of Geometry and Physics (60) 2010, pp 352-374.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/0810.1462`

Nos travaux sur les tenseurs de couplage nous ont poussé à étudier les extensions d'algébroïdes de Lie de manière systématique. Il s'agissait en particulier pour nous de mieux comprendre la cohomologie d'une extension, ainsi que les problèmes liés à l'intgrabilité.

Une telle extension se définit comme un morphisme surjectif $\pi : A_E \to A_B$ au-dessus d'une submersion $p : E \to B$. On note alors $\mathcal{K} = \ker\ \pi$ le noyau de π, obtenant A_E comme extension de A_B par $\mathcal{K}$:

$$\mathcal{K} \hookrightarrow A_E \twoheadrightarrow A_B.$$

Derrière la trivialité apparante de cette définition se cachent certaines difficultés. On généralise en effet les travaux de K. Mackenzie [11] au cas d'algébroïdes de bases différentes E et B. Or dans ce cas, la notion même de morphisme n'est correctement comprise que depuis peu, du fait qu'une bonne définition nécessite de passer en cohomologie. Une partie de ce travail consiste en fait à mieux comprendre le cas des morphismes surjectifs.

Pour ce faire, il est intéressant d'introduire une notion de connection du type Ehresmann, donnée par le choix d'un sous-fibré H complémentaire de $\mathcal{K}$ dans A_E. On en déduit une application de relèvement horizontal $h : \Gamma(A_B) \to \Gamma(H)$, et on démontre que

$\mathcal{D}_\alpha(\kappa) := [h\alpha, \kappa]$ définit une application $C^\infty(B)$-linéaire $\mathcal{D} : \Gamma(A_B) \to \mathrm{Der}(\mathcal{K})$ satisfaisant les conditions d'admissibilité suivantes : $\mathrm{ad} \circ \omega = [\mathcal{D}, \mathcal{D}] - \mathcal{D}[\ ,\ ]$ et $d_H\omega = 0$. Ici, $\omega := [h, h] - h[\ ,\ ] \in \Omega^2(A_B) \otimes \Gamma(\mathcal{K})$ désigne la courbure de la connection, et d_H est un opérateur de dérivée covariante associé à la connection.

Celà permet dans un premier temps d'obtenir un résultat de classification similaire au cas des algèbres de Lie, dans lequel on décrit les extensions de A_B par $\mathcal{K}$ comme des classes d'équivalence de couples admissibles $(\mathcal{D}, \omega)$ pour la relation $(\mathcal{D}, \omega) \sim (\mathcal{D}', \omega')$ s'il existe $\Delta \in \Omega^1(A_B) \otimes \Gamma(\mathcal{K})$ tel que :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}' &= \mathcal{D} + \mathrm{ad} \circ \Delta, \\ \omega' &= \omega + d_H\Delta + [\Delta_\wedge \Delta]. \end{aligned}$$

En outre, on montre que pour de telles connections, un analogue du transport parallèle est bien défini : pour tout A-chemin $a : TI \to A_B$ on obtient, sous des conditions évidentes de complétude, un morphisme d'algébroïdes $\Phi_a : \mathcal{K}|_{E_{x_0}} \to \mathcal{K}|_{E_{x_1}}$, où x_0 et x_1 désignent la source et la cible de a.

Cohomologie d'une extension :

On s'intéresse ensuite à la cohomologie d'une extension. On montre qu'il existe une filtration naturelle du complexe $\Omega^k(A_E) := \Gamma(\Lambda^k A_E^*)$ qui mesure la cohomologie de A_E :

$$F_q\Omega^k(A_E) := \left\{\alpha \in \Omega^k(A_E) \mid i_X\alpha = 0,\ \forall X \in \Gamma(\Lambda^{k-q+1}\mathcal{K})\right\}.$$

Cette filtration étant bornée, la suite spectrale associée converge vers $H^\bullet(A_E)$. Le choix d'une connection permet une approche un peu plus intuitive, on en déduit en effet une identification :

$$\Omega^k(A_E) = \bigoplus_{p+q=k} \Omega^p(A_B) \otimes \Omega^q(\mathcal{K}),$$

pour laquelle la filtration se réalise par troncations successives :

$$F_q\Omega^k(A_E) = \bigoplus_{q \le p \le k} \Omega^p(A_B) \otimes \Omega^q(\mathcal{K}).$$

En décomposant l'opérateur de cobord, on retrouve un schéma classique dans lequel les éléments de $E_1^{p,q}$ sont représentés comme des formes sur A_B à valeurs dans $H^\bullet(\mathcal{K})$. Il est alors facile de voir que $\mathcal{D}$ induit une A_B-connection plate sur $H^\bullet(\mathcal{K})$, de sorte que $E_2^{p,q}$ se réalise comme la cohomologie de A_B à valeur dans la représentation $H^\bullet(\mathcal{K})$. On obtient ainsi comme cas particulier de cette construction le suite spectrale de Leray-Serre pour les fibrations.

Notons ici que les espace traités ici peuvent être très singuliers. Dans certaines situations, il est malgré tout possible d'appliquer cette construction et mener à terme le calcul de cohomologie. Un tel exemple est traité de manière explicite dans le cadre des structures de Poisson régulières.

Intégrabilité et extensions :

Rappelons brièvement l'existence d'un foncteur d'intégration $A \to \mathcal{G}(A)$ à valeurs dans la catégories des groupoides *topologiques*. On peut penser à $\mathcal{G}$ comme une généralisation des théorèmes de Lie pour les algèbres, avec la différence majeure qu'un général, $\mathcal{G}(A)$ n'est pas lisse [5], auquel cas on dit que A n'est pas intégrable.

Dans le cadre des extensions, il est naturel de considérer la suite de groupoïdes :

$$1 \to \mathcal{G}(\mathcal{K}) \xrightarrow{\tilde{\iota}} \mathcal{G}(A_E) \xrightarrow{\tilde{\pi}} \mathcal{G}(A_B) \to 1 \tag{1}$$

obtenue par intégration d'une extension d'algébroïdes. La suite (1) n'est pas exacte en général, ce qui révèle un défaut d'exactitude du foncteur d'intégration. Les contreparties géométriques de ce phénomène sont particulièrement intéressantes.

On observe en effet dans un premier temps que l'existence d'une connection complète permet d'assurer la surjectivité de $\tilde{\pi}$. L'étude du défaut d'exactitude à gauche est plus subtile. Pour celà il faut introduire le second groupe d'homotopie $\pi_2(A_B)$ de A_B, défini comme l'espace des classes d'homotopie de morphismes $TS^2 \to A_B$. On construit alors une application de transgression $\partial_2 : \pi_2(A_B) \times_B E \to \mathcal{G}(\mathcal{K})$, qui rend exacte la suite longue :

$$\ker \partial_2 \to \pi_2(A_B) \times_B E \xrightarrow{\partial_2} \mathcal{G}(\mathcal{K}) \xrightarrow{\tilde{\iota}} \mathcal{G}(A_E) \xrightarrow{\tilde{\pi}} \mathcal{G}(A_B)$$

Dans le cas des fibrations usuelles, on retrouve ainsi la suite exacte longue des groupes d'homotopie. De manière plus générale, on montre que l'image de ∂_2 mesure l'obstruction á la l'intégrabilité de A_E.

Fibrations et algébroïdes de Lie :

• *Lie algebroid Fibrations*, en collaboration avec Chenchang Zhu, Advances in Mathematics Volume 226, Issue 4, 1 March 2011, Pages 3105-3135.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/1001.4904`

Les travaux présentés ci-dessus suggèrent la construction d'une suite exacte longue d'homotopie associée à une fibration dans le cadre des algébroïdes de Lie, c'est l'objet de ce travail en collaboration avec Chenchang Zhu.

D'une part, nous voulions mieux comprendre les obstructions à l'intégrabilité par le biais d'une théorie d'homotopie d'ordre quelconque. D'autre part, il s'agissait d'établir une notion de fibration pour des cas simples de NQ-variétés.

Dans ce contexte, une bonne notion de fibration est donnée par une extension admettant une connection complète. Celà peut être justifié de manière rigoureuse en internalisant une structure de groupoïde dans la catégorie des submersions. La propriété caractéristique de relèvement des chemins pour les fibrations est alors assurée par la complétude de la connection.

Il faut ensuite introduire des groupes d'homotopie d'ordre quelconque associés à un algébroïde. Pour celà on peut considérer l'espace des morphismes d'algébroïdes de la forme $T\Delta_n \to A$, où Δ_n désigne le simplexe standard. Pour des raisons techniques, il s'avère cependant plus judicieux de considérer des morphismes de la forme $TI^n \to A$, où $I = [0, 1]$. On construit ainsi un complexe cubique plutôt que simplicial, où les notions de faces et de dégénérescences sont définis de manière similaire. Une A-sphère est alors appréhendée comme un cube dont toute les faces sont triviales.

Cette approche présente de nombreux avantages. Pour $n > 2$ les A-sphères couvrent des sphères usuelles, et sont naturellement basées en un point ; de plus il est facile par concaténation de définir une loi de composition sur des sphères basées en un même point. Au niveau des classes d'homotopie, on obtient un fibré en groupes abéliens $\pi_n(A) \to M$

non localement trivial. Dans le cas $n = 1$, on peut voir que $\pi_1(A) = \mathcal{G}(A)$ est donné le groupoid topologique des A-chemins à homotopie près. Il convient donc de parler de *groupoïdes* d'homotopie plutôt que de groupes.

On entre alors dans la partie réellement technique du papier, laquelle consiste étant donnée une fibration, à construire les opérateurs de disgression $\partial_\bullet$, de sorte que les groupoïdes d'homotopie forment une suite exacte longue :

$$\cdots \longrightarrow \pi_{n+1}(A_B) \times_B E \xrightarrow{\partial_{n+1}} \pi_n(\mathcal{K}) \xrightarrow{\iota_n} \pi_n(A_E) \xrightarrow{\pi_n} \pi_n(A_B) \longrightarrow \cdots$$

On montre ainsi de manière indirecte que les fibrations considérées sont de type Kan.

Sur les symétries de jauge infinitésimales des formes fermées :

• *On the infinitesimal gauge symmetries of closed forms*, arXiv :1010.2189v2.
Disponible sur `http://arxiv.org/abs/1010.2189`

Plus récemment, nous nous sommes intéressés à l'étude de 2 et 3-formes différentielles définies sur l'espace total d'une fibration (dans le sens usuel). Il s'agissait pour nous de comprendre les théories de Yang-Mills d'ordre supérieur [1] dans le cadre le plus élémentaire possible.

De manière heuristique, si on pense à une 2 forme fermée comme à la courbure d'un S^1-fibré principal, une 3-forme fermée joue le rôle de courbure pour une gerbe abélienne. Le cas d'une 3-forme non dégénérée permet par exemple de modéliser la dynamique d'une corde bosonique classique.

Rappelons d'autre part que la notion de fibration hamiltonienne donne un contexte géométrique naturel pour de nombreuses théories de Yang-Mills classiques [14]. De ce point de vue, l'objet fondamental étudié est une 2-forme fermée définie sur l'espace total d'une fibration, et dont la restriction aux fibres est symplectique. Un résultat classique montre alors que les équations de fermeture pour cette 2-forme impliquent l'existence d'une connection hamiltonienne.

Le but de ce travail est d'obtenir une description analogue dans le cas des 3-formes. Pour celà, il est instructif de revenir dans un premier temps à l'étude de 2-formes fermées dans le cas où la restriction aux fibres n'est pas symplectique. On décrit alors les conditions de fermeture par le biais d'une 2-connection plate. De telles connections sont à valeurs dans un module croisé d'algèbres de Lie qui, dans cette situation, traduit l'espace des symétries des préquantifications [4] obtenues par restriction de la forme fibre à fibre. L'approche adoptée permet une généralisation quasi-immédiate au cas des 3-formes, pour lequel on retrouve les équations d'une 3-connection plate. Dans ce cas, c'est la structure d'algébroïde de Courant fibre à fibre qui est préservée.

Dans un travail en préparation, j'expliquerai comment s'appliquent ces résultats à la construction de fibrations hamiltoniennes généralisées, lesquelles permettent à l'application de moment de prendre ses valeurs dans D/G (voir [2]) où D désigne le groupe de Lie double associé à une bigèbre de Lie. On peut reproduire par exemple de cette manière l'étude des orbites coadjointes [10] au cas des classes de conjugaison d'un groupe de Lie semi-simple compact.

Références

[1] J. Baez, *Higher Yang-Mills theory*, arXiv :hep-th/0206130.

[2] H. Bursztyn, M. Crainic, *Dirac geometry, quasi-Poisson actions and D/G-valued moment maps*, J. Differential Geom. Volume 82, Number 3 (2009), 501-566.

[3] H. Bursztyn, M. Crainic, A. Weinstein and C. Zhu, *Integration of twisted Dirac brackets*, Duke Math. J. 123, no. 3 (2004), 549-607.

[4] M. Crainic. *Prequantization and Lie brackets*, J. Symplectic Geom. 2, no. 4 (2004).

[5] M. Crainic, R. L. Fernandes,*Integrability of Lie brackets*, Annals of Mathematics 157, (2003) 575-620.

[6] M. Crainic, R. L. Fernandes, *Stability of symplectic leaves*, Inventiones Mathematicae 180, no. 3, (2010), 481-533.

[7] M. Crainic, C. Zhu, *Integrability of jacobi and poisson structures*, Annales de l'Institut Fourier (2007), vol. 57, no4, pp. 1181-1216.

[8] R. Cushman and R. M. Roberts, *Poisson structures transverse to coadjoint orbits* (2002) Bull. Sci. Math. 126, 525–534.

[9] P. A. Damianou, H. Sabourin, P. Vanhaecke, *Transverse Poisson structures : The subregular and minimal orbits*, Differential Geometry and its applications, Proceedings of the 10th International Conference on DGA2007, 419–431, (2008).

[10] V. Guillemin, E. Lerman, S. Sternberg, *Symplectic fibrations and multiplicity diagrams*, Cam-. bridge University Press (1996).

[11] K. Mackenzie, *General theory of Lie groupoids and Lie algebroids,* London Math. Soc. Lecture Note series, vol 213 (2005).

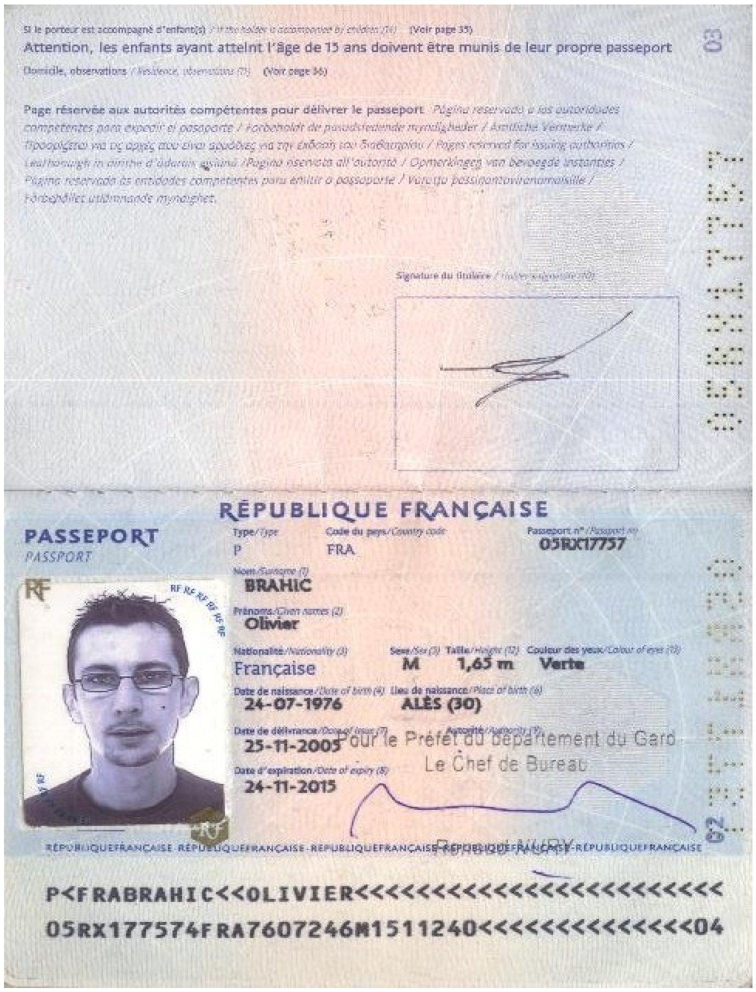
[12] Y. Vorobjev, *Coupling tensors and Poisson geometry near a single symplectic leaf. Lie algebroids and related topics in differential geometry*, (Warsaw, 2000), p. 249-274, Banach Center Publ., 54, Polish Acad. Sci., Warsaw, 2001.

[13] A. Weinstein, *The local structure of Poisson manifolds*, J. Diff. Geom. 18 (1983), 523-557.

[14] A. Weinstein, *A universal phase space for particles in a Yang-Mills field*, Letters in Mathematical Physics, 2 (1978), 417-20.

Annexe : documents administratifs

Passeport :


Si le porteur est accompagné d'enfant(s) / If the holder is accompanied by children (14) (Voir page 35)

Attention, les enfants ayant atteint l'âge de 15 ans doivent être munis de leur propre passeport

Domicile, observations / Residence, observations (15) (Voir page 36)

Page réservée aux autorités compétentes pour délivrer le passeport

Signature du titulaire / Holder's signature (10)

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

PASSEPORT
PASSPORT

Type/Type: P
Code du pays/Country code: FRA
Passeport n°/Passport no: 05RX17757

Nom/Surname (1): BRAHIC

Prénoms/Given names (2): Olivier

Nationalité/Nationality (3): Française
Sexe/Sex (5): M
Taille/Height (12): 1,65 m
Couleur des yeux/Colour of eyes (13): Verte

Date de naissance/Date of birth (4): 24-07-1976
Lieu de naissance/Place of birth (6): ALÈS (30)

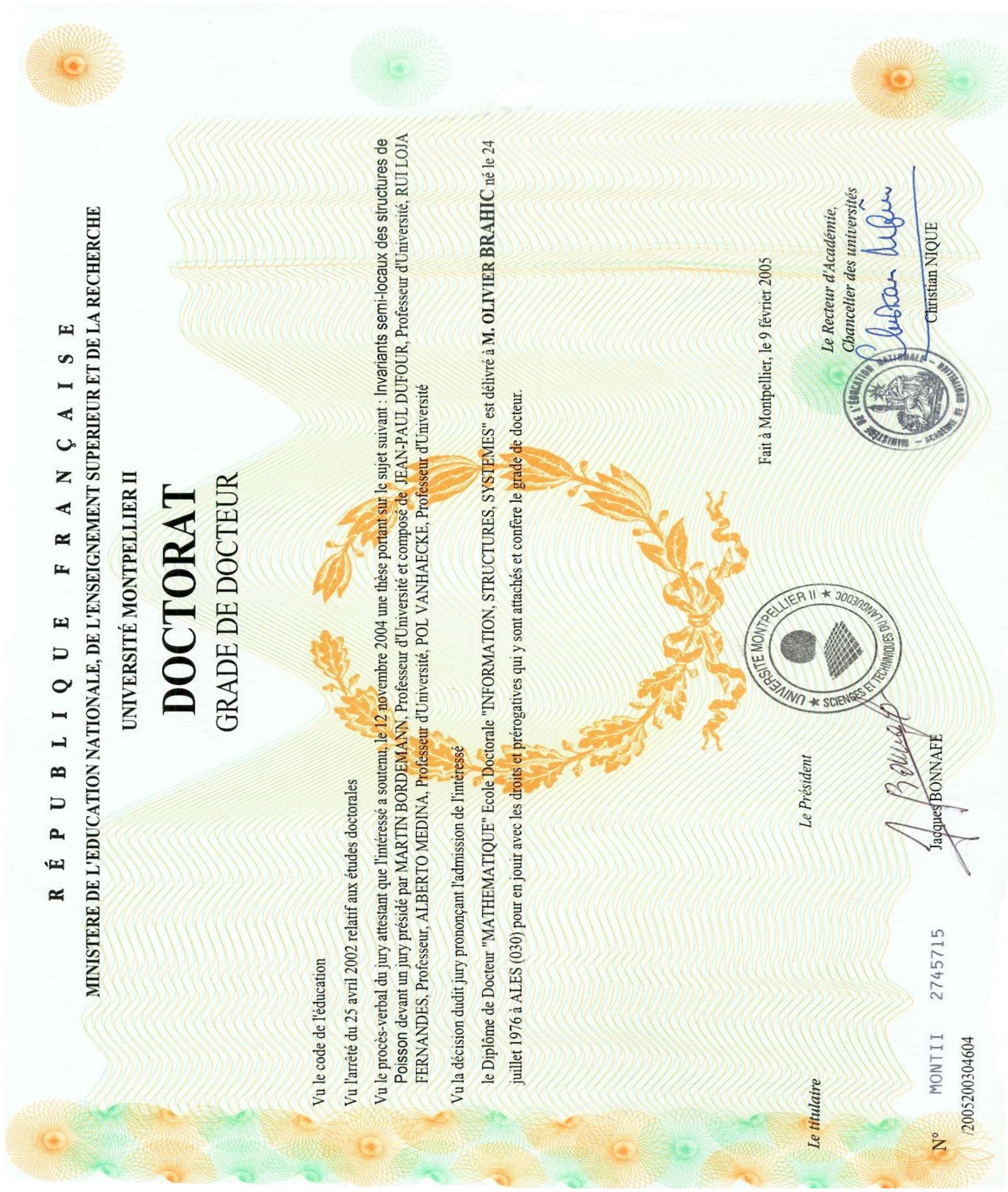
Date de délivrance/Date of issue (7): 25-11-2005
Autorité/Authority (9): Pour le Préfet du Département du Gard
Le Chef de Bureau

Date d'expiration/Date of expiry (8): 24-11-2015

P<FRABRAHIC<<OLIVIER<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

05RX177574FRA7607246M1511240<<<<<<<<<<<<<<04

Diplôme de doctorat :



RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

DOCTORAT

GRADE DE DOCTEUR

Vu le code de l'éducation

Vu l'arrêté du 25 avril 2002 relatif aux études doctorales

Vu le procès-verbal du jury attestant que l'intéressé a soutenu, le 12 novembre 2004 une thèse portant sur le sujet suivant : Invariants semi-locaux des structures de Poisson devant un jury présidé par MARTIN BORDEMANN, Professeur d'Université et composé de JEAN-PAUL DUFOUR, Professeur d'Université, RUI LOJA FERNANDES, Professeur, ALBERTO MEDINA, Professeur d'Université, POL VANHAECKE, Professeur d'Université

Vu la décision dudit jury prononçant l'admission de l'intéressé

le Diplôme de Docteur "MATHEMATIQUE" Ecole Doctorale "INFORMATION, STRUCTURES, SYSTEMES" est délivré à **M. OLIVIER BRAHIC** né le 24 juillet 1976 à ALES (030) pour en jouir avec les droits et prérogatives qui y sont attachés et confère le grade de docteur.

Fait à Montpellier, le 9 février 2005

Le titulaire

Le Président

Jacques BONNAFE

Le Recteur d'Académie,
Chancelier des universités

Christian NIQUE

N° MONTII 2745715
/200520034604

INSTITUTO
SUPERIOR
TÉCNICO

Departamento
de Matemática

Lisbon, March 25, 2011

Letter of Recomendation for OLIVIER BRAHIC

Dear Madam/Sir,

I am writing this letter on behalf of Olivier Brahic, who is applying for a position at your institution. Olivier is currently pursuing a post-doctoral program at IST, Lisbon, under my supervision.

I first met Olivier when I was invited by his first adviser, Jean Paul Dufour, to be a "rapporteur" and member of his PhD committee. His thesis dealt with the semi-local geometry of a Poisson structure around a symplectic leaf of a Poisson manifold. Since I was interested in the kind of problems that arise in this study and I was favorably impressed by his thesis, I suggested him to apply to a post-doctoral position at IST.

The first period of his stay at IST was not so profitable for several reasons. On one hand, it took him some time to adapt to life in Lisbon and a different language, which is expected. On the other hand, he did not seem to be very active, something I now realized must be connected with the environment in Montpellier and the retirement of his first adviser, Jean Paul Dufour (replaced by Alberto Medina).

After getting through this tough period, I was quite impressed by his later performance. Together we looked at the integrability problem for Poisson structures around symplectic leaves. The solution given to the integrability problem by Marius Crainic and myself (following on work of Cattaneo and Felder), does not allow for completely explicit integrations (i.e., symplectic groupoids). Starting from the local model of a neighborhood of a symplectic leaf we have been able to find an explicit integration of this neighborhood. This work is divided into two parts:

- Integration of Poisson fibrations: We have shown that a Poisson fibration can be integrated to a fibered symplectic groupoid. Along the way, we were able to understand Poisson fibrations from a more geometric point of view, in terms of a (infinite dimensional) gauge theory. This fits quite well to what I like to call the "Symplectization Functor". These results have appeared in a joint paper in the Comteporary Mathematics series.

- Integration of couplings: A neighborhood of a symplectic leave is really given by a coupling on a Poisson fibration. When the structure group of the fibration is finite dimensional, we give a geometric procedure to integrate this coupling. For the general case, we also give a less explicit construction to integrate the coupling, but which gives new insight to the corresponding symplectic groupoid. These results are contained in a preprint which will appear soon.

Av Rovisco Pais
1049-001 Lisboa
Portugal
Tel 21 841 7102/9484
Fax 21 841 7035

I expect these results to have interesting developments, in particular, in understanding the topology of proper Poisson structures and Poisson structures of compact type.

Meanwhile, Olivier has started to work on different problems on his own and in collaboration with Chenchang Zhu. He has completed a paper which has just appeared in the *Journal of Geometry and Physics* on (non abelian) extensions of Lie algebroids where he characterizes such extensions and together with Zhu, has a paper on Lie algebroid fibrations, which in some sense generalize the work on couplings mentioned above, and which will appear in Advances in Mathematics. These works should have quite interesting relationships with higher category theory (2-groups and gerbes), and I know he already has some results in that direction (see his preprint arXiv:1010.2189). This later work is outside my field of expertise, so this clearly shows that Olivier has reached a point where he is extremely capable of doing very interesting and original research on his own. My discussions with him are by now extremely pleasant and I profit a lot for having him around.

I support his application and I urge you to consider him seriously for your position.

Sincerely yours,

Rui Loja Fernandes
Professor Catedrático
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico
e-mail: rfern@math.ist.utl.pt

Av Rovisco Pais
1049-001 Lisboa
Portugal
Tel 21 841 7102/9484
Fax 21 841 7035