9ª Aula Prática

1) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\sqrt{3x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Estude a função f quanto à continuidade.

2) Calcule, se existirem, os seguintes limites:

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x+y)}{x+y}$

b) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} e^{-\frac{1}{x^2+y^2+z^2}}$

c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,2)} \left(1 + \frac{x^2-2x-y^2+4y-3}{(x-1)^2+(y-2)^2}\right)$

d) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(1,1,1)} \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}(z+1)\operatorname{sen}(x-y)$

e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x+y)}{\operatorname{sen}(x-y)}$

f) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{z\operatorname{sh}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$

3) Considere a função

$$f(x,y) = \sqrt{e^{\frac{x}{y}}} \quad .$$

a) Determine o domínio D de f e a fronteira de D.

b) Verifique se a função f é prolongável por continuidade aos pontos $(0,0)$ e $(1,0)$.

c) A função f é limitada? Justifique.

4) Considere a função $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\operatorname{sen}\dfrac{x^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}^2$.