

2ª LISTA DE PROBLEMAS DE ÁLGEBRA LINEAR
LEIC

1º semestre 2001/02 - semana de 2001-10-08

1. Escreva as matrizes dos coeficientes dos sistemas lineares homogêneos do problema 2 da primeira lista. Utilizando o Método de Eliminação de Gauss na escrita matricial, resolva cada um dos sistemas.
2. Escreva as matrizes aumentadas dos sistemas lineares não-homogêneos do problema 4 da primeira lista. Utilizando o Método de Eliminação de Gauss na escrita matricial, resolva cada um dos sistemas.
3. Faça a discussão de cada um dos sistemas de equações lineares (nas variáveis x, y, z) do problema 5 da primeira lista em função dos respectivos parâmetros, usando a escrita da matriz aumentada.
4. Considere as seguintes matrizes aumentadas em escada de linhas. Resolva cada um dos respectivos sistemas de equações lineares.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \qquad (b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 8 & -5 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & -9 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 7 & -2 & 0 & -8 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (d) \begin{bmatrix} 1 & -3 & 7 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solução: (a) $x = -37, y = -8, z = 5$; (b) $x = -10 + 13w, y = -5 + 13w, z = 2 - w, w \in \mathbb{R}$; (c) $x = -11 - 7y + 2v, z = -4 - 3v, u = 9 - 3v, y, w \in \mathbb{R}$; (d) *O SEL não tem solução*

5. Quais das seguintes matrizes 3×3 são matrizes em escada de linhas? Indique as características de todas as matrizes.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; (c) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; (d) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$(e) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; (f) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; (g) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (h) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$(i) \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; (j) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}; (k) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; (l) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Resposta: as matrizes das alíneas (a)-(c), (f), (h) e (l) são matrizes em escadas de

linhas. As características são, respectivamente: (a) 3 ;(b) 2 ;(c) 2 ;(d) 2 ;(e) 2 ;(f) 2 ;(g) 2 ;(h) 0 ;(i) 1 ;(j) 3 ;(k) 2 ;(l) 2

6. Calcule se possível $A + B$, $B + C$, $2A$, AB , BA e CB :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & \sqrt{2} \\ -2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \pi \\ \sqrt{3} & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Solução:

$$B + C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & \pi \\ \sqrt{3} & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad 2A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 2\sqrt{2} \\ -4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 + 4\sqrt{3} & -2 + \sqrt{2} & \pi + 8 - \sqrt{2} \\ -2 + \sqrt{3} & -2 & -1 - 2\pi \end{bmatrix}, \quad CB = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 3\pi \\ -2\sqrt{3} & 2 & -4 \\ 0 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

As restantes operações não estão bem definidas.

7. Sejam A uma matriz 4×5 , B uma matriz 4×5 , C uma matriz 5×2 , D uma matriz 4×2 e E uma matriz 5×4 . Determine quais das seguintes expressões matriciais estão bem definidas, e nesses casos, indique a dimensão da matriz resultante.

$$(a) BA \quad (b) AC + D \quad (c) AE + B \quad (d) AB + B$$

$$(e) E(A + B) \quad (f) E(AC) \quad (g) E^T A \quad (h) (A^T + E)D$$

Resposta: as expressões das alíneas (b), (e), (f) e (h) estão bem definidas. As dimensões das matrizes resultantes são, respectivamente: (b) 4×2 ; (e) 5×5 ; (f) 5×2 ; (h) 5×2