Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

Versão J346
rubrica do aluno:

2^{o} TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

1^{o} semestre 2018/19 - 14/11/2018 - Curso: MEEC

Nome:____

Número:__________________
Curso:__________________
Sala:__________________

	1	2	3
A)			
B)			
C)			
D)			

O Teste que vai realizar tem a duração de **45 minutos** e consiste de 4 problemas. Os 3 primeiros são de escolha múltipla; cada resposta certa vale 10/3 valores, cada resposta em branco vale 0, e cada resposta errada vale -1/3 da cotação dessa pergunta. O último problema não é de escolha múltipla e a cotação figura na última tabela desta página. Nesta parte deve justificar as suas respostas e apresentar todos os cálculos que efectuar.

Para os 3 primeiros problemas, marque com $\times$ as suas escolhas na tabela anexa.

Problema 1: Sejam $s_1 = (1,1,1)$, $s_2 = (1,2,11)$, $s_3 = (1,2,3)$, $u_1 = (2,3,2)$, $u_2 = (-2,-1,-2)$, e considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$: $S = L(\{s_1, s_2, s_3\}), U = L(\{u_1, u_2\})$. Qual é a afirmação verdadeira?

A) $\dim U = 2$ e $\dim(S \cap U) = 2$, **B)** $\dim U = 2$ e $\dim(S \cap U) = 1$, **C)** $\dim S = 2$ e $\dim(S \cap U) = 1$, **D)** $\dim S = 3$ e $\dim(S \cap U) = 1$.

....

Problema 2: Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Qual é a dimensão do subespaço de $\mathbb{R}^{2\times 2}$ gerado pelo conjunto $\{A, B, A^2, B^2\}$?

A) 1, **B)** 2, **C)** 3, **D)** 4.

....

Problema 3: Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por $T(a,b) = (-3a+b, 2a+b)$, $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ e considere em $\mathbb{R}^2$ a base ordenada $\mathcal{B} = ((3,2),(2,1))$. Qual das matrizes seguintes representa T nesta base?

A) $\begin{bmatrix} -5 & 10 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, **B)** $\begin{bmatrix} 23 & 15 \\ -38 & -25 \end{bmatrix}$, **C)** $\begin{bmatrix} -13 & -6 \\ 23 & 11 \end{bmatrix}$, **D)** $\begin{bmatrix} 21 & -34 \\ 14 & -23 \end{bmatrix}$,

---

Nesta parte justifique todas as respostas e apresente os cálculos que efectuar.

Problema 4: (a) Seja $R \subset \mathbb{R}^{3\times 3}$ o subespaço formado por todas as matrizes que são simétricas em relação à diagonal secundária e têm traço nulo. Explicite bases para os subespaços R e para $R^t = \{M \in \mathbb{R}^{3\times 3} : M^t \in R\}$; (b) Calcule a dimensão e indique uma base de $R \cap T_i$, T_i é o subespaço das matrizes triangulares inferiores; (c) Seja $T : R^t \to R$ a transformação linear definida por $T(A) = A^t$, $A \in R^t$. Represente-a em relação às bases de R^t e R acima consideradas. (d) Para $n \in \mathbb{N}$ defina-se $F_n = \{f_1, \ldots, f_n\} \subset \mathcal{F}(\mathbb{R})$ - o espaço das funções reais de variável real com as operações usuais. Mostre que se existe $\{t_1, \ldots, t_n\} \subset \mathbb{R}$ tal que a matriz $A = [f_j(t_i)] \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é invertível, então F_n é linearmente independente.

Os quadros abaixo destinam-se à correcção da prova. Por favor, não escreva nada.

Número de respostas certas	
Número de respostas erradas	

Nota da Escolha Múltipla	
Problema 4 (10,0 Val.)	
a) 3,0; b) 2,5; c) 2,0; d)2,5	-
TOTAL	