Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

Versão J552
rubrica do aluno:

2º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

1º semestre 2018/19 - 14/11/2018 - Curso: MEEC

Nome:____

Número:__________________
Curso:__________________
Sala:__________________

	1	2	3
A)			
B)			
C)			
D)			

O Teste que vai realizar tem a duração de **45 minutos** e consiste de 4 problemas. Os 3 primeiros são de escolha múltipla; cada resposta certa vale 10/3 valores, cada resposta em branco vale 0, e cada resposta errada vale -1/3 da cotação dessa pergunta. O último problema não é de escolha múltipla e a cotação figura na última tabela desta página. Nesta parte deve justificar as suas respostas e apresentar todos os cálculos que efectuar.

Para os 3 primeiros problemas, marque com $\times$ as suas escolhas na tabela anexa.

Problema 1: Sejam $s_1 = (1,1,1)$, $s_2 = (0,1,-2)$, $s_3 = (1,-1,2)$, $u_1 = (1,2,-1)$, $u_2 = (2,1,4)$, e considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^3$: $S = L(\{s_1, s_2, s_3\}), U = L(\{u_1, u_2\})$. Qual é a afirmação verdadeira?

A) $\dim U = 2$ e $\dim(S \cap U) = 1$, **B)** $\dim U = 1$ e $\dim(S \cap U) = 1$, **C)** $\dim S = 2$ e $\dim(S \cap U) = 1$, **D)** $\dim S = 3$ e $\dim(S \cap U) = 2$.

. . . .

Problema 2: Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Qual é a dimensão do subespaço de $\mathbb{R}^{2\times 2}$ gerado pelo conjunto $\{A, B, A^2, AB\}$?

A) 1, **B)** 2, **C)** 3, **D)** 4.

. . . .

Problema 3: Seja $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a transformação linear definida por $T(a,b) = (a+2b, a-3b)$, $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ e considere em $\mathbb{R}^2$ a base ordenada $\mathcal{B} = ((3,2),(2,1))$. Qual das matrizes seguintes representa T nesta base?

A) $\begin{bmatrix} 7 & 22 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$, **B)** $\begin{bmatrix} 15 & -10 \\ 22 & -5 \end{bmatrix}$, **C)** $\begin{bmatrix} -13 & -6 \\ 23 & 11 \end{bmatrix}$, **D)** $\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & -11 \end{bmatrix}$,

---

Nesta parte justifique todas as respostas e apresente os cálculos que efectuar.

Problema 4: (a) Seja $S \subset \mathbb{R}^{3\times 3}$ o subespaço formado por todas as matrizes que são simétricas em relação à diagonal secundária e têm traço nulo. Explicite bases para os subespaços S e para $S^t = \{M \in \mathbb{R}^{3\times 3} : M^t \in S\}$; (b) Calcule a dimensão e indique uma base de $S \cap T_s$, T_s é o subespaço das matrizes triangulares superiores; (c) Seja $T : S \to S^t$ a transformação linear definida por $T(A) = A^t$, $A \in S$. Represente-a em relação às bases de S e S^t acima consideradas. (d) Para $n \in \mathbb{N}$ defina-se $F_n = \{f_1, \ldots, f_n\} \subset \mathcal{F}(\mathbb{R})$ - o espaço das funções reais de variável real com as operações usuais. Mostre que se existe $\{t_1, \ldots, t_n\} \subset \mathbb{R}$ tal que a matriz $A = [f_j(t_i)] \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é invertível, então F_n é linearmente independente.

Os quadros abaixo destinam-se à correcção da prova. Por favor, não escreva nada.

Número de respostas certas	
Número de respostas erradas	

Nota da Escolha Múltipla	
Problema 4 (10,0 Val.)	
a) 3,0; b) 2,5; c) 2,0; d)2,5	-
TOTAL	