Nederlandse samenvatting

Maar een paar maanden nadat Einstein zijn beroemde theorie van de algemene relativiteit publiceerde, ontdekte Schwarzschild opmerkelijk genoeg al de eerste niet-triviale ruimtetijd oplossing van de veldvergelijkingen. Pas een paar decennia later werd begrepen dat deze oplossing een asymptotisch vlakke ruimtetijd voorstelde, dat een gesoleerd, zwart gat bevat. Sinds hun ontdekking zijn zwarte gaten een fascinerend thema voor zowel wetenschappers en leken en zijn daarom het onderwerp van talloze wetenschappelijke studies, maar ook van science fictie boeken en films. Met dank aan de groeiende populariteit van zwarte gaten is het nu vrijwel algemeen bekend dat zelfs licht niet kan ontsnappen van de buitenste rand van een zwart gat, de zogenaamde waarnemingshorizon, en dat elk voorwerp dat deze grens overschrijdt, opgeslokt zal worden door het zwarte gat. Het binnenste gebied van een zwart gat wordt als mysterieus gezien en terwijl in de jaren '70 de verhalen de astronaut altijd in het zwarte gat lieten verpletteren, gaat in later werk - niet in de laatste plaats vanwege de recente film "Interstellar" - het gerucht dat er een kans op ontsnapping is.

Wiskundig kan dit als volgt worden begrepen. Er zijn vier exacte oplossingen van Einsteins veldvergelijkingen bekend, die corresponderen met zwarte gaten. De eenvoudigste van deze is de Schwarzschild-oplossing, een bolvormige, statische oplossing, zonder lading of impulsmoment. De massa van het zwarte gat is de enige parameter van deze oplossing. Voor deze ruimtetijd-oplossing is het inderdaad zo dat een waarnemer, die het zwarte gat binnengaat, onvermijdelijk vernietigd zal worden door de groeiende getijdekrachten, als hij de singulariteit van het zwarte gat nadert. De aard van de singulariteit in deze ruimtetijd is sterk, in de zin dat een macroscopisch object oneindig vervormt, evenals dat de ruimtetijd niet uitbreidbaar is bij de singulariteit. Klassiek gezien zou de singulariteit zelfs niet als deel van de ruimtetijd gezien mogen worden, want de algemene relativiteitstheorie is hier niet meer geldig.

Daarentegen wordt de kromming in het binnenste van geladen, bolvormige, statische, zwarte gaten, de zogenaamde Reissner-Nordström zwarte gaten niet oneindig. In plaats daarvan vertoont deze oplossing een andere opmerkelijke eigenschap: de oplossing is uniek, op een rand na, de Cauchy-horizon. Voorbij de Cauchy-horizon gaat determinisme verloren, maar de ruimtetijd wordt niet singulier. Los gezegd, als we de terugkoppeling van de waarnemer op de achtergrond verwaarlozen, impliceert dit dat onze astronaut vanuit het zwarte gat in een ander universum kan reizen, dat causaal ontkoppeld is van dat van ons. Zijn verdere lot kan op geen enkele manier voorspeld worden door de klassieke theorie. De Kerr-oplossing, een axiaalsymmetrische, stationaire oplossing die een roterend zwart gat voorstelt, en de Kerr-Newmann oplossing, die een roterend, geladen zwart gat voorstelt, vertonen dezelfde eigenschap.

Algemene relativiteitstheorie is een dynamische theorie. Dit impliceert dat haar exacte

oplossingen hele specifieke gevallen zijn. Nu kunnen we ons afvragen of de regulariteit van de ruimtetijd binnen een zwart gat een stabiele eigenschap is, of dat bij kleine verstoringen singulariteiten ontstaan. In het bijzonder zou het ontwikkelen van een specifiek type singulariteiten, namelijk de sterke singulariteiten, zoals die in de Schwarzschild-ruimtetijd, erop wijzen dat de deur naar het causaal ontkoppelde universum dicht zit. Het resultaat van dit proefschrift bepleit dit idee niet. In plaats daarvan verkrijgen wij bepaalde stabiliteitsresultaten onder verstoringen, welke ruimte laten voor singulier gedrag bij de Cauchy-horizon, zonder de uitgang volledig te sluiten. Het voorkomen van niet-deterministische regio's kan daarom niet a priori uitgesloten worden. In de volgende alinea bespreken we hoe we tot deze conclusie komen.

Eerst moeten we beslissen welke ruimtetijd we willen verstoren. Van de hierboven genoemde oplossingen met een zwart gat, is de Kerr-oplossing astrofysisch het meest relevant. Astrofysische objecten worden niet geacht significant geladen te zijn, want het genduceerde elektrische veld zal opgeheven worden door accretie van tegengestelde ladingen. Desalniettemin is de Reissner-Nordström oplossing, dankzij de overeenkomst van de causale structuur, een erg belangrijke kandidaat als speelgoedmodel voor de mathematisch veel ingewikkeldere Kerr oplossing. Daarom zullen we in dit proefschrift ons focussen op de Reissner-Nordström oplossing.

De eenvoudigste verstoringen die men kan beschouwen zijn lineaire verstoringen. Het zal duidelijk zijn, dat om uiteindelijk niet-lineaire verstoringen te analyseren, het cruciaal is om eerst de lineaire versie goed te begrijpen. Aan de andere kant, aangezien algemene relativiteit een niet-lineaire theorie is, zou de lezer sceptisch kunnen zijn in hoeverre conclusies ontleent aan een lineair model überhaupt kunnen duiden op iets fysisch relevants. Gelukkig, om redenen die te gecompliceerd zijn om hier uit te leggen[1] zijn er goede bewijzen om aan te nemen dat het stabiliteitsmechanisme inderdaad ook al in de lineaire theorie optreedt. Het analyseren van lineaire verstoringen in de volledige Einstein-vergelijkingen is nog steeds een moeilijk probleem door de tensorstructuur van de vergelijkingen. Daarom zullen we, als speelgoedmodel voor lineaire verstoringen, oplossingen van scalaire golfvergelijkingen in een gefixeerde Reissner-Nordström-achtergrond beschouwen. Gegeven deze opzet, kunnen we de begrensdheid van de golfvergelijking in de gehele binnenste regio, tot en met de Cauchy-horizon bewijzen. Dit resultaat is op zichzelf een nieuw wiskundig inzicht. Als we een stap verder gaan en het speelgoedmodel serieus nemen als model voor het fysische lot van de verstoorde Reissner-Nordström-ruimtetijd, zinspeelt dit erop dat verstoringen niet leiden tot een sterke ruimtetijd-singulariteit. Daarentegen laat het alleen de mogelijkheid open voor een zwakke nul-singulariteit langs de Cauchy-horizon, zodat de weg naar de causaal ontkoppelde en niet-deterministische regio niet a priori versperd is voor onze astronaut.

[1] We zullen dit in part I van dit proefschrift behandelen.