

ANÁLISE MATEMÁTICA III A

TESTE DE RECUPERAÇÃO – 19 DE DEZEMBRO DE 2005 – 11:10-12H

Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos, sendo a cotação de cada alínea 2.5.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- Utilize papel de rascunho para esboços e cálculos preliminares, de modo a guardar o espaço de resposta para uma **apresentação clara e bem justificada** de todos os cálculos ou argumentos.
- **A revisão de provas** é na 4ª feira, 4 de Janeiro de 2006, 11h-12h, na *antiga* sala de dúvidas, localizada na cave -2 do Edifício de Pós-Graduação.
- Boa sorte!

Para a correcção

pergunta	classificação
(1)(a)	
(1)(b)	
(2)(a)	
(2)(b)	
(3)(a)	
(3)(b)	
(4)(a)	
(4)(b)	
total	

Nº:

Curso: _____

Nome: _____

(1) Considere a variedade

$$X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 5, y = 1\} .$$

- (a) Exiba uma parametrização de X excepto um ponto.
- (b) Calcule a massa de um filamento com a forma de X e densidade de massa $f(x, y, z) = 1 + x^2$.

- (2) Seja S o cone sólido em \mathbb{R}^3 com base $B = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, z = 1\}$ e vértice na origem. Seja $F(x, y, z) = (0, y^2, x^2)$ um campo vectorial em \mathbb{R}^3 .
- (a) Usando a definição, calcule $\int_B F \cdot n \, dV_2$ onde n é a normal que aponta para dentro de S .
- (b) Utilizando o teorema da divergência, calcule $\int_A F \cdot n \, dV_2$ onde $A = \partial S \setminus B$ e n é a normal que aponta para dentro de S .

- (3) No cilindro X de equação $y^2 + z^2 = 1$, considere a porção A na faixa $-1 < x < 1$.
- (a) Use o teorema de Stokes para calcular $\int_{A^o} d\omega$, onde $\omega = z dx + x dy + y dz$ e o é uma orientação à sua escolha.
- (b) Considere as circunferências $B = \{(-1, y, z) \in X\}$ e $C = \{(1, y, z) \in X\}$ com orientações o induzidas pela orientação o escolhida em (a). Seja α uma forma-1 fechada em X . Relacione $\int_{B^o} \alpha$ com $\int_{C^o} \alpha$.

(4) Considere os campos vectoriais

$$G(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + z^2}(-z, 0, x) \text{ e } F(x, y, z) = G(x, y, z) + \sqrt{2}G(x - 1, y, z) .$$

- (a) Calcule o trabalho de G ao longo da circunferência definida por $x^2 + z^2 = 1$ e $y = 0$, percorrida no sentido positivo para um observador colocado no ponto $(0, 10, 0)$, e diga se G é ou não um gradiente no seu domínio.
- (b) Quais são os possíveis valores para o trabalho de F ao longo de curvas fechadas simples no domínio de F ?

Teorema de Stokes e casos particulares (Green, divergência e Stokes clássico)

$$\int_{(\partial A)^\circ} \omega = \int_{A^\circ} d\omega$$
$$\sum_{i=1}^m \int_{C_i^{\circ+}} (M dx + N dy) = \int_A \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dx dy$$
$$\int_{\partial A} F \cdot \nu dV_2 = \int_A \operatorname{div} F dV_3$$
$$\int_{\gamma} F = \int_A \operatorname{rot} F \cdot \nu dV_2$$