

ANÁLISE MATEMÁTICA III A

TESTE 2 – 31 DE OUTUBRO DE 2005 – 15:10-16H

Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos, sendo a cotação das alíneas em cada problema igualmente repartida.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- Utilize papel de rascunho para esboços e cálculos preliminares, de modo a guardar o espaço de resposta para uma **apresentação clara e bem justificada** de todos os cálculos ou argumentos.
- **A revisão de provas** é na 2ª feira, 7 de Novembro, 18h30-19h30, na *antiga* sala de dúvidas, localizada na cave -2 do Edifício de Pós-Graduação.
- Boa sorte!

Para a correcção

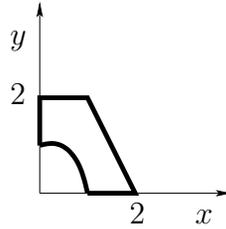
pergunta	classificação
(1)	
(2)	
(3)(a)	
(3)(b)	
(4)(a)	
(4)(b)	
total	

Nº:

Curso: _____

Nome: _____

- (1) Calcule a área de uma superfície do primeiro quadrante limitada pelos eixos coordenados, pelas rectas de equações $y = 2$ e $2x + y = 4$ e pela parábola $y = 1 - x^2$, com um contorno como o esboçado na figura.



(2) Usando a mudança de coordenadas

$$x = u - uv \quad \text{e} \quad y = uv ,$$

calcule $\int_R \frac{1}{x+y}$ onde R é a região do primeiro quadrante limitada pelas rectas $x + y = 1$, $x + y = 6$, $y = 0$ e $x = 0$.

- (3) (a) Exprima o seguinte integral (escrito em coordenadas cartesianas) como um integral iterado em coordenadas esféricas:

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_1^{\sqrt{2-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz dy dx .$$

- (b) Exprima o seguinte integral (escrito em coordenadas cilíndricas) como um integral iterado em coordenadas cartesianas:

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{1}{2\cos\theta}}^1 \int_{\rho\sin\theta}^{2\rho\cos\theta} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta, z) dz d\rho d\theta .$$

(4) (a) Seja X um compacto de \mathbb{R}^n simétrico relativamente à origem, i.e.,

$$x \in X \implies -x \in X .$$

Seja $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ uma função integrável e ímpar, i.e., $f(-x) = -f(x)$, $\forall x \in X$.
Mostre que $\int_X f = 0$.

(b) Dê um exemplo de um aberto em $[0, 1]$ com fronteira de medida não-nula.

PARA RASCUNHO