Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

ÁLGEBRA LINEAR A

TESTE 1 PARA PRATICAR – OUTUBRO DE 2003

Duração: 50 minutos

o aspecto do resto desta página e a estrutura das perguntas coincidem com os do teste real

Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos. A cotação do problema (4) é igualmente repartida pelas suas alíneas.
- Apresente e justifique todos os cálculos.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- **A revisão de provas** é na 5ª feira, 30 de Outubro, 17h-18h, na sala de dúvidas.
- Boa sorte!

Para a correcção

pergunta	classificação
(1)	
(2)	
(3)	
(4)(a)	
(4)(b)	
(4)(c)	
(4)(d)	
(4)(e)	
total	

Nº:

Curso: ____________________

Nome: ____

(1) Determine a solução geral do sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x_1 & & -x_3 & +x_4 & = & 0 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & -x_4 & = & 3 \\ x_1 & +x_2 & +2x_3 & +2x_4 & = & 0 \end{array}\right.$$

(2) Inverta a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) Para que escolhas dos parâmetros a e b é que a seguinte transformação linear é invertível?

$$T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \ , \qquad T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + y + az \\ -x - y + bz \\ -ax - by + z \end{bmatrix}$$

(4) Indique, justificadamente (com breves argumentos ou contra-exemplos), se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. *Não é atribuída qualquer cotação ao simples assinalar do correcto valor lógico da afirmação.*

(a) Um sistema de quatro equações a três incógnitas é sempre impossível.

Verdadeira $\square$ Falsa $\square$

(b) Se A não é a matriz nula e é da forma $\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$, então A é invertível.

Verdadeira $\square$ Falsa $\square$

(c) A matriz $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ representa uma rotação.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(d) O núcleo de uma transformação linear invertível consiste apenas no vector nulo.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(e) Há uma matriz invertível 10×10 com 92 entradas iguais a 1.

Verdadeira ☐ Falsa ☐