Cálculo Diferencial e Integral I

13ª Ficha de problemas

Séries numéricas e séries de potências

---

1. Sendo $a_n > 0$ e $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2$ convergente, mostre que a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n}$$

é também convergente.

2. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)!}$. Determine a sua soma.

3. Estude a natureza de cada uma das séries seguintes e verifique se a convergência é absoluta.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n^3}\right)^{n^3}; \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}; \qquad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + n^4}{e^n + n^3}$$

4. Determine o maior intervalo aberto onde são convergentes as séries

$$\text{i)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}} x^n \qquad \text{ii)} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(1-3x)^{2n}}{5^n(n+1)}$$

5. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} 2^{(1-n)}(x+1)^{n+2}, \quad x \in \mathbb{R}$

   i) Determine o intervalo de $\mathbb{R}$, onde a convergência da série é absoluta

   ii) Determine a soma da série quando $x = 0$.