

LEIC-A

1ª Ficha de exercícios para as aulas de problemas

1. Quais das seguintes equações são equações lineares em x, y e z ?

- a) $\pi^3 x + \sqrt{3}y + z = 1$ b) $\frac{1}{2}x + z = 0$
 c) $x^{-1} + 3y - z = 2$ d) $x - yz = 1$
 e) $x - \cos y + z = 0$ f) $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

2. Diga qual dos seguintes pontos:

$$(0, 0), (1, 1), (1, -1), (-1, 1)$$

é a solução do seguinte sistema de equações lineares nas variáveis x, y .

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 2y = 3 \\ x - y = 2. \end{cases}$$

3. Diga quais dos seguintes pontos:

$$(0, 0, 0, 0), (1, -1, 1, 0), (1, -1, 1, 2), \left(3, -9, 7, \frac{\sqrt[3]{\pi}}{2}\right)$$

são soluções do sistema de equações lineares nas variáveis x, y, z e w .

$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 0 \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

4. Determine todos os polinómios $p(t)$ de grau menor ou igual a dois tais que

$$p(1) = 0, \quad p(0) = 1 \quad \text{e} \quad p(-1) = 1.$$

5. Resolva os seguintes sistemas de equações lineares.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + 2y - z + 3w = 3 \\ 2x + 4y + 4z + 3w = 9 \\ 3x + 6y - z + 8w = 10 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x - 2y + 3z - w = 1 \\ 3x - y + 2z + 5w = 2 \\ -3x + 6y - 9z + 3w = -6 \end{cases}$$

6. Diga para que valores de a, b e c têm soluções os sistemas.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - 3z = a \\ 3x - y + 2z = b \\ x - 5y + 8z = c \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 2y + 4z = a \\ 2x + 3y - z = b \\ 3x + y + 2z = c \end{cases}$$

7. Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ \alpha & 0 & 1 & 1 \end{array} \right].$$

Determine, justificando, os valores de α para os quais o sistema anterior tem solução única.

8. Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -\alpha & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & \alpha & -1 \\ 0 & 0 & \alpha & -\alpha \end{array} \right].$$

Determine, justificando, os valores de α para os quais o sistema anterior é possível, e calcule a solução geral do sistema correspondente a $\alpha = 0$.

9. Para cada parâmetro real α , considere o sistema de equações lineares de variáveis reais cuja matriz aumentada é dada por:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 1 & -2 \\ \alpha & -\alpha^3 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & \alpha & -2\alpha \\ -2 & 2 & 2 & -4 \end{array} \right].$$

- a) Determine os valores de α para os quais o sistema anterior é possível e indeterminado.
 b) Para $\alpha = -2$, determine o conjunto solução do sistema de equações lineares correspondente.

10. Classifique em função do parâmetro real α os seguintes sistemas de equações lineares (nas variáveis x, y e z). Nos casos em que existirem soluções, determine-as.

$$\text{a) } \begin{cases} -x + y + \alpha z = 1 \\ 2x + \alpha y - 2\alpha z = \alpha \\ -\alpha x + \alpha y + z = -1 + 2\alpha \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} \alpha x + y + z = 1 \\ x + \alpha y + z = 1 \\ x + y + \alpha z = 1 \end{cases}$$

11. Classifique em função dos parâmetros reais α e β o seguinte sistema de equações lineares (nas variáveis x, y, z e w). Nos casos em que existirem soluções, determine-as.

$$\begin{cases} 2z + \alpha w = \beta \\ x + y + z + 3w = 1 \\ 2x + 2y + z + w = 2 \\ x + y + 3z + 14w = 4 \end{cases}$$

12. Determine um sistema de equações lineares cujo conjunto de soluções seja:

- a) $S = \{(1+t, 1-t) : t \in \mathbb{R}\}$ b) $S = \{(t, 1-2t, 1) : t \in \mathbb{R}\}$
 c) $S = \{(3t, 2t, t) : t \in \mathbb{R}\}$
 d) $S = \{(2t-3s, t+s-1, 2s+1, t-1) : s, t \in \mathbb{R}\}$
 e) $S = \emptyset$ f) $S = \{(1, 1, 1)\}$