Exercícios Adicionais

4ª Aula

1. Determine, se existirem, os limites das seguintes sucessões.

(a) $x_n = \left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{3n}$ (b) $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n^3}\right)^{n^2}$ (c) $x_n = \left(\dfrac{n-1}{n+2}\right)^{1-n}$

(d) $x_n = \left(\dfrac{3n+2}{3n-1}\right)^{n/2}$ (e) $x_n = \sqrt[n]{(n+1)!-n!}$ (f) $x_n = \sqrt[n]{\dfrac{n^2}{n+1}}$

(g) $x_n = \left(\dfrac{n-1}{2n^2+1}\right)^{\frac{2}{n}}$ (h) $x_n = \left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)^{\frac{1}{n}}$

2. Determine, se existirem, os limites das seguintes sucessões.

(a) $x_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+7}$ (b) $x_n = \left(1-\dfrac{1}{n!}\right)^{n!}$ (c) $x_n = \left(\dfrac{n-2}{n+2}\right)^{2n+3}$

(d) $x_n = \left(\dfrac{n-1}{n+3}\right)^{n^2}$ (e) $x_n = \left(\dfrac{2n}{n+1}-1\right)^{n}$ (f) $x_n = \sqrt[n]{1+\dfrac{1}{n}}$

(g) $x_n = \sqrt[n]{2^n+1}$ (h) $x_n = \sqrt[n]{3^n+2^{2n}}$

3. Considere a sucessão (x_n) definida por

$$x_1 = 1 \qquad \text{e} \qquad x_{n+1} = \frac{2x_n+3}{4} \quad \text{para todo o } n \in \mathbb{N}\,.$$

(a) Prove que (x_n) é estritamente crescente e que $x_n < 3/2$ para todo o $n \in \mathbb{N}$.

(b) Mostre que (x_n) é convergente e calcule o seu limite.

4. Considere uma sucessão real (y_n) tal que

$$y_{2n-1} < 0 \qquad \text{e} \qquad y_{2n} > 0\,, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Mostre que se (y_n) é convergente então o seu limite é igual a zero.