# MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

## LEFT – LEBL – LQ – LEAM – LEMAT

**Ano Lectivo: 2006/2007 Semestre: 2º**

## TCCC – Exercícios Computacionais

[**3a**] Considere uma equação $f(x) = 0$ onde $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função continuamente diferenciável numa vizinhança de uma solução $z$ da equação e tal que $f'(z) \neq 0$. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução $z$ usando o **método do ponto fixo**.

[**3b**] Considere uma equação $f(x) = 0$ onde $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função continuamente diferenciável numa vizinhança de uma solução $z$ da equação e tal que $f'(z) \neq 0$. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução $z$ usando o **método de Newton**.

[**3c**] Considere uma equação $f(x) = 0$ onde $f : I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função continuamente diferenciável numa vizinhança de uma solução $z$ da equação e tal que $f'(z) \neq 0$. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução $z$ usando o **método da secante**.

[**4a**] Considere um sistema de equações lineares $Ax = b$, onde $A \in L^n(\mathbb{R})$, $A$ não singular, e $b \in \mathbb{R}^n$ são dados. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução única $x$ deste sistema usando o **método de Jacobi modificado**.

[**4b**] Considere um sistema de equações lineares $Ax = b$, onde $A \in L^n(\mathbb{R})$, $A$ não singular, e $b \in \mathbb{R}^n$ são dados. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução única $x$ deste sistema usando o **método de Gauss-Seidel modificado**.

[**5a**] Considere um sistema de equações $f(x) = 0$ onde $f : D \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $n > 1$, é uma função contínuamente diferenciável numa vizinhança de uma solução $z$ do sistema e tal que a sua matriz Jacobiana é invertível em $z$. Escreva um programa para calcular um valor aproximado da solução $z$ usando o **método de Newton generalizado**. Use o **método de eliminação de Gauss com pesquisa parcial de pivot** para resolver o sistema linear que determina a diferença de duas iteradas sucessivas do método de Newton.

**[8a]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Simpson composta** com $M$ sub-intervalos, onde $M$ é um número par.

**[8b]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Milne composta** com $M$ sub-intervalos, onde $M$ é um múltiplo de quatro.

**[8c]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Newton-Cotes de ordem 6 composta** com $M$ sub-intervalos, onde $M$ é um múltiplo de seis.

**[8d]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Gauss-Legendre composta** com $M$ sub-intervalos e 2 nós de integração por sub-intervalo.

**[8e]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Gauss-Legendre composta** com $M$ sub-intervalos e 3 nós de integração por sub-intervalo.

**[8f]** Considere o integral

$$I(f) = \int_a^b f(x)dx,$$

onde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua. Escreva um programa para calcular um valor aproximado do integral $I(f)$ pela **Fórmula de Gauss-Legendre composta** com $M$ sub-intervalos e 4 nós de integração por sub-intervalo.

**[10a]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Euler modificado**.

**[10b]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Heun**.

**[10c]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta clássico de 2ª ordem**.

**[10d]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta clássico de 3ª ordem**.

**[10e]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta-Heun de 3ª ordem**.

**[10f]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta-Nystrom de 3$^{\underline{a}}$ ordem**.

**[10g]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta clássico de 4$^{\underline{a}}$ ordem**.

**[10h]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta-Gill de 4$^{\underline{a}}$ ordem**.

**[10i]** Considere o problema de valor inicial

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \geq x_0, \\ y(x_0) = Y_0, \end{cases} \tag{P}$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n,\ n \geq 1$, é uma função contínua e Lipschitziana em relação à segunda variável e $(x_0, Y_0) \in D$. Escreva um programa para calcular uma aproximação da solução do problema (P) pelo **método de Runge-Kutta-Fehlberg de 4$^{\underline{a}}$ ordem**.