

ANÁLISE NUMÉRICA

Exercícios

**3.1.** Sendo  $x \in \mathbb{C}^n$  mostre que:

(a)  $\|x\|_2 \leq \|x\|_1 \leq \sqrt{n} \|x\|_2$ ;

(b)  $\|x\|_\infty \leq \|x\|_1 \leq n \|x\|_\infty$ ;

(c)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|x\|_1 \leq \|x\|_2 \leq \|x\|_1$ ;

(d)  $\|x\|_\infty \leq \|x\|_2 \leq \sqrt{n} \|x\|_\infty$ ;

(e)  $\frac{1}{n} \|x\|_1 \leq \|x\|_\infty \leq \|x\|_1$ ;

(f)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|x\|_2 \leq \|x\|_\infty \leq \|x\|_2$ .

**3.2.** Sendo  $A \in L^n(\mathbb{C})$  mostre que:

(a)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_2 \leq \|A\|_1 \leq \sqrt{n} \|A\|_2$ ;

(b)  $\frac{1}{n} \|A\|_\infty \leq \|A\|_1 \leq n \|A\|_\infty$ ;

(c)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_1 \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_1$ ;

(d)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_\infty \leq \|A\|_2 \leq \sqrt{n} \|A\|_\infty$ ;

(e)  $\frac{1}{n} \|A\|_1 \leq \|A\|_\infty \leq n \|A\|_1$ ;

(f)  $\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_2 \leq \|A\|_\infty \leq \sqrt{n} \|A\|_2$ .

**3.3.** Mostre que a norma matricial associada à norma do máximo em  $\mathbb{C}^n$  tem a forma

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|,$$

onde  $A = [a_{ij}] \in L^n(\mathbb{C})$ .

**3.4.** Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 3 \\ 7 & 11 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \end{bmatrix}.$$

(a) Determine a matriz inversa de  $A$  usando o método de eliminação de Gauss com pesquisa parcial de pivot.

(b) Determine os valores próprios de  $A$  usando o método de Newton para calcular as raízes do polinómio característico de  $A$ .

(c) Determine os números de condição da matriz  $A$  relativos às normas  $\|\cdot\|_p$ ,  $p = 1, 2, \infty$ .