

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO  
Licenciatura em Engenharia Física Tecnológica  
Ano Lectivo: 2005/2006

ANÁLISE NUMÉRICA

Exercícios

**2.9.** Determine, usando o método de Newton, com um erro inferior a  $10^{-6}$ , o valor mínimo de  $a \in \mathbb{R}$  tal que

$$a\sqrt{x} \geq \sin x, \quad \forall x \geq 0.$$

**2.10.** Considere os seguintes métodos para obter um valor aproximado de  $\sqrt[p]{c}$ , onde  $c > 0$  e  $p \in \mathbb{N}$ ,  $p \geq 2$ :

(1) O método de Newton aplicado à função  $f(x) = x^p - c$ ;

(2) O método de Newton aplicado à função  $F(x) = x^q f(x)$ ,  $q \in \mathbb{R}$ .

(a) Mostre que o método (1) converge para  $\sqrt[p]{c}$  para qualquer valor inicial  $x_0 > 0$ .

(b) Determine o valor de  $q$  para o qual o método (2) tem ordem de convergência 3.

(c) Mostre que o método (2), com  $q = \frac{1-p}{2}$ , converge para  $\sqrt[p]{c}$  para qualquer valor inicial  $x_0 > 0$ .

(d) Calcule  $\sqrt[3]{231}$  com um erro absoluto inferior a  $10^{-9}$ , usando:

- o método (1);
- o método (2), com  $q = -1$ .

**2.11.** Considere o polinómio do 3<sup>o</sup> grau

$$p(x) = x^3 - 9x^2 + 23x - 16,$$

para o qual foi verificada no Exercício 2.7 a existência de três raízes reais,  $z_1 < z_2 < z_3$ , tais que

$$z_1 \in [1.0, 1.2], \quad z_2 \in [2.6, 2.8], \quad z_3 \in [5.0, 5.2].$$

(a) Mostre que o método da secante com iteradas iniciais  $x_0, x_1 \in [5.0, 5.2]$  converge para a raiz  $z_3$ .

(b) Utilize o método da secante para obter um valor aproximado da raiz  $z_3$  com um erro absoluto inferior a  $10^{-6}$ .

**2.12.** Considere a equação

$$x^3 - \cos x - 1 = 0.$$

- (a) Mostre que a equação tem uma única raiz real,  $z$ , tal que  $z \in [1, 2]$ .
- (b) Mostre que o método da secante com iteradas iniciais  $x_0, x_1 \in [1, 2]$  converge para a raiz  $z$ .
- (c) Utilize o método da secante para obter um valor aproximado da raiz  $z$  com um erro absoluto inferior a  $10^{-6}$ .