

Cálculo Diferencial e Integral III
Repescagem do 3º Mini-Teste - 21 de Janeiro de 2026
LEAer

Duração: 45 minutos
Apresente os cálculos

1. Considere o campo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definido por (9)

$$f(x, y, z) = \left(0, x, \frac{x^2 - y^2}{2} \right),$$

e a curva sobre a superfície

$$z = xy$$

cuja projecção no plano $(x, y, 0)$ é a circunferência de raio igual a 1 centrada na origem, percorrida no sentido directo. Usando o Teorema de Stokes, calcule a circulação de f ao longo da curva.

2. Seja $a > 0$. Considere o problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 4 \sin(2y) & \text{para } (x, y) \in [0, a] \times [0, \pi], \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 & \text{para } x \in [0, a], \\ u(0, y) = 0, \ u(a, y) = f(y) & \text{para } y \in [0, \pi]. \end{cases}$$

- a) Determine a solução para uma função genérica f . (7)
b) Determine a solução quando $f(y) = \sin(y)$. (2)
c) Deduza as condições de compatibilidade deste problema. (2)

Cálculo Diferencial e Integral III
Repescagem do 3º Mini-Teste - 21 de Janeiro de 2026
LEAer

Duração: 45 minutos
Apresente os cálculos

1. Considere o campo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, definido por (9)

$$f(x, y, z) = (0, x, -xy),$$

e a curva sobre a superfície

$$z = \frac{x^2 - y^2}{2}$$

cuja projecção no plano $(x, y, 0)$ é a circunferência de raio igual a 1 centrada na origem, percorrida no sentido directo. Usando o Teorema de Stokes, calcule a circulação de f ao longo da curva.

2. Seja $a > 0$. Considere o problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} = 9 \sin(3y) & \text{para } (x, y) \in [0, a] \times [0, \pi], \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 & \text{para } x \in [0, a], \\ u(0, y) = 0, \ u(a, y) = f(y) & \text{para } y \in [0, \pi]. \end{cases}$$

- a) Determine a solução para uma função genérica f . (7)
b) Determine a solução quando $f(y) = \sin(2y)$. (2)
c) Deduza as condições de compatibilidade deste problema. (2)

A

Cálculo Diferencial e Integral III
Repescagem do 3º Mini-Teste - 21 de Janeiro de 2026
LEAer

Resolução

B

Cálculo Diferencial e Integral III
Repescagem do 3º Mini-Teste - 21 de Janeiro de 2026
LEAer

Resolução

1.