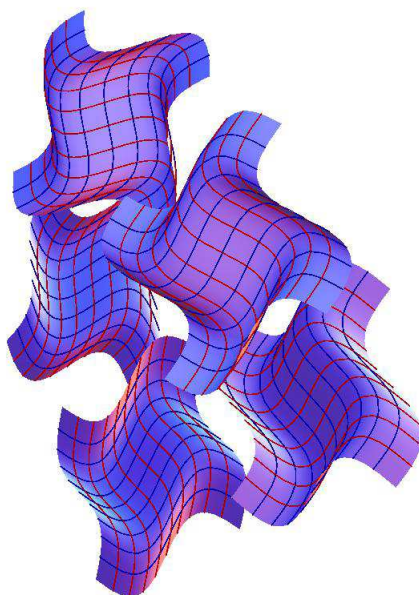


FIGURAS DO LIVRO
INTRODUÇÃO À ANÁLISE COMPLEXA,
SÉRIES DE FOURIER E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Pedro Martins Girão
Departamento de Matemática
Instituto Superior Técnico

Julho de 2014



Capítulo 1

Números complexos

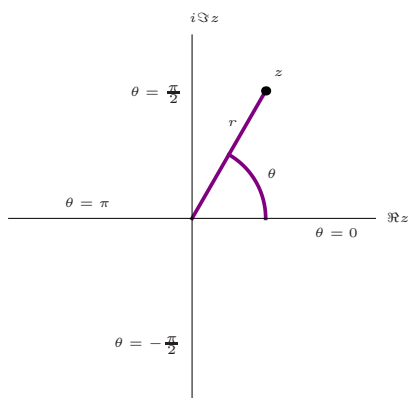


Figura 1.1: Coordenadas polares.

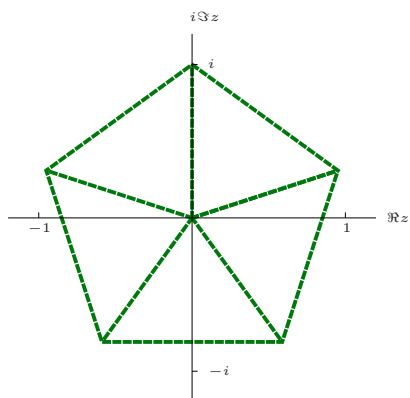


Figura 1.2: Raíces quintas de i .

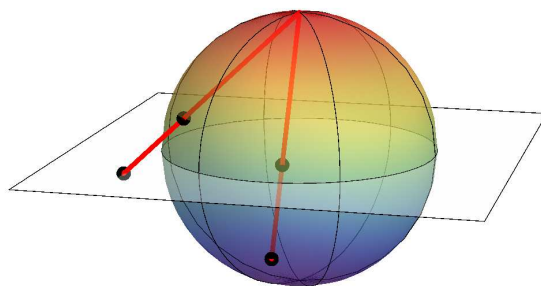


Figura 1.3: Projeção estereográfica.

Capítulo 2

Funções complexas

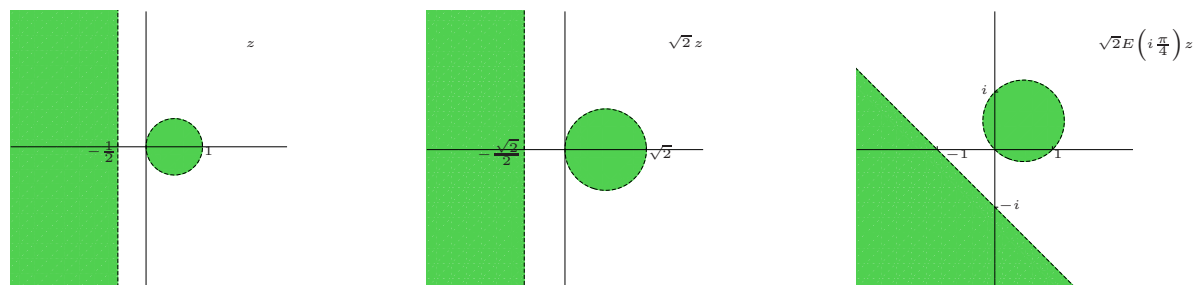


Figura 2.1: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto \sqrt{2}E\left(i\frac{\pi}{4}\right)z$.

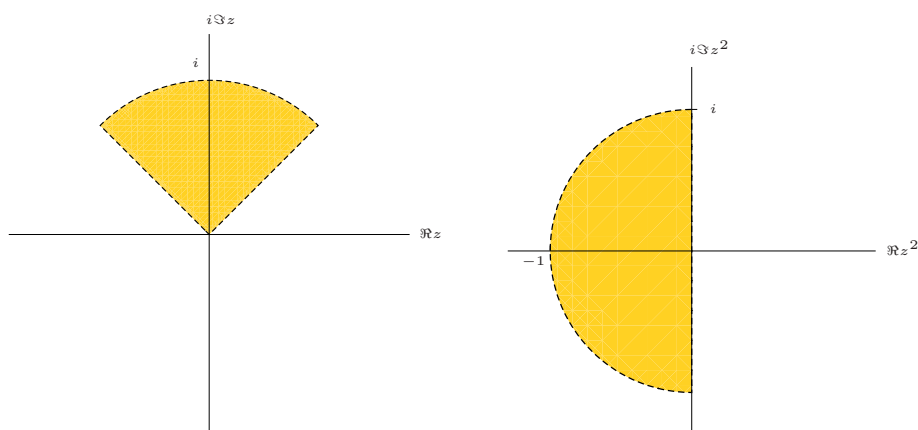


Figura 2.2: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto z^2$.



Figura 2.3: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função argumento principal.



Figura 2.4: Outras funções argumento que não o argumento principal.

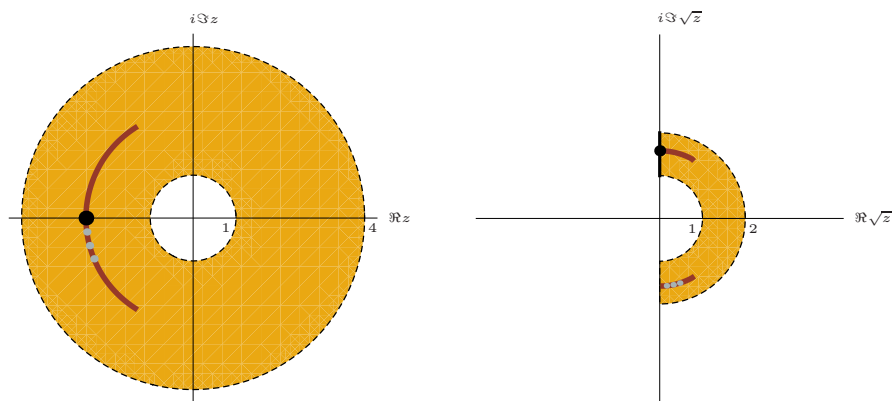


Figura 2.5: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função raiz principal.

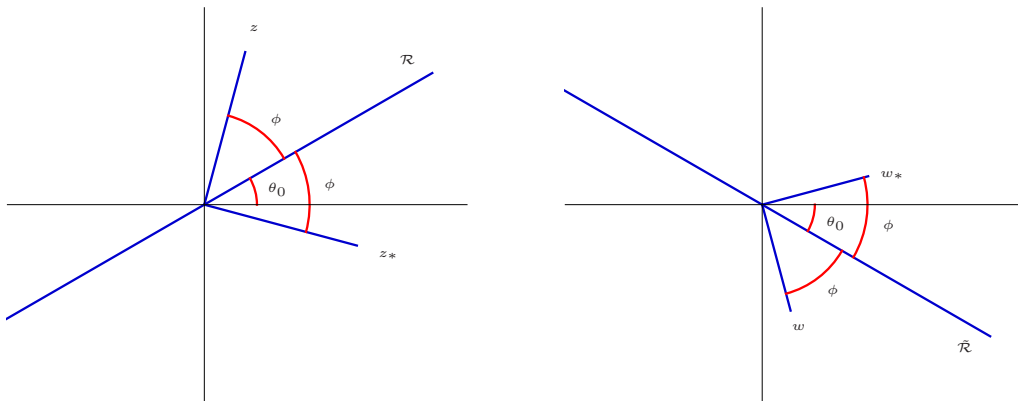


Figura 2.6: A inversão preserva simetrias.

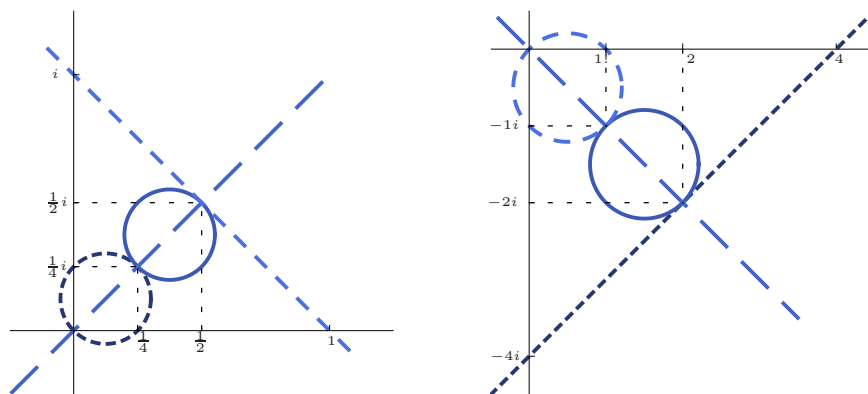


Figura 2.7: Representação geométrica da imagem de retas e circunferências por $z \mapsto \frac{1}{z}$.



Figura 2.8: O centro da esfera de Riemann passa de $(-1, 0, 0)$ para $(0, 0, 0)$. A imagem de $\frac{-1+i}{2}$ por $z \mapsto z + 1$ é $\frac{1+i}{2}$.

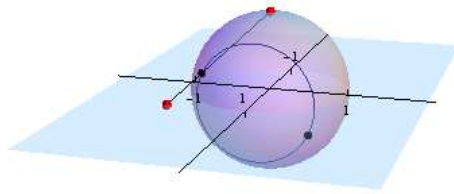


Figura 2.9: A esfera de Riemann roda π radianos em torno do eixo real. A imagem de $\frac{1+i}{2}$ por $z \mapsto \frac{1}{z}$ é $1-i$.

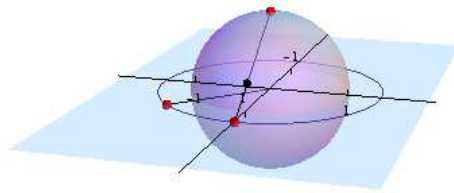


Figura 2.10: A esfera de Riemann roda $\frac{\pi}{4}$ radianos em torno do eixo que liga o polo norte ao polo sul, no sentido direto quando visto de cima. A imagem de $1-i$ por $z \mapsto E\left(i\frac{\pi}{4}\right)z$ é $\sqrt{2}$.

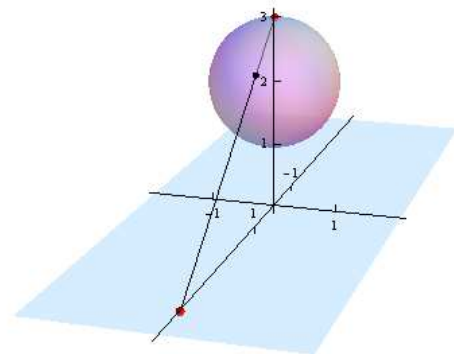


Figura 2.11: O centro da esfera de Riemann passa de $(0,0,0)$ para $(0,0,2)$. A imagem de $\sqrt{2}$ por $z \mapsto 3z$ é $3\sqrt{2}$.

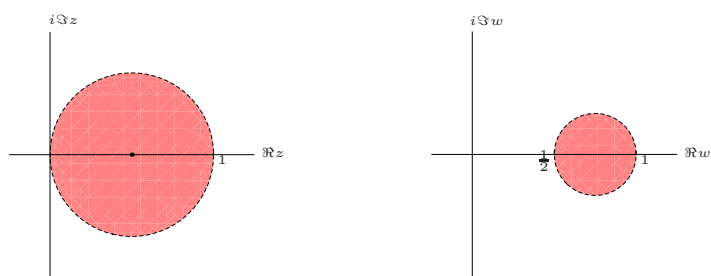


Figura 2.12: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função $z \mapsto \frac{1}{z+1}$.

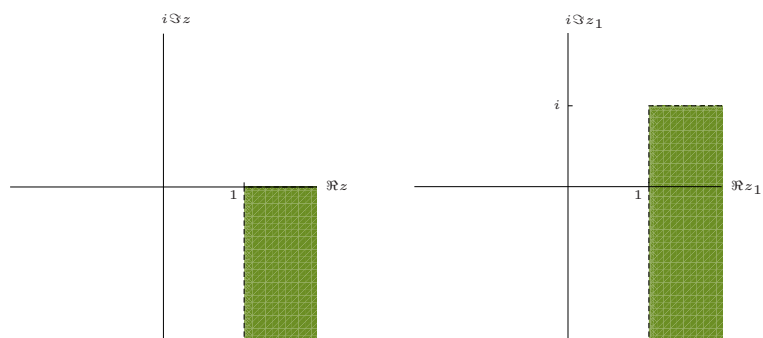


Figura 2.13: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto z + i$.

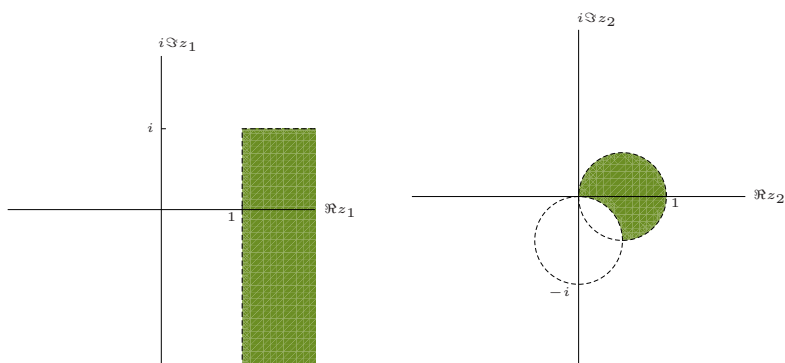


Figura 2.14: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto \frac{1}{z}$.

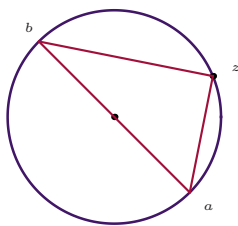


Figura 2.15: Ângulo inscrito e ângulo ao centro.

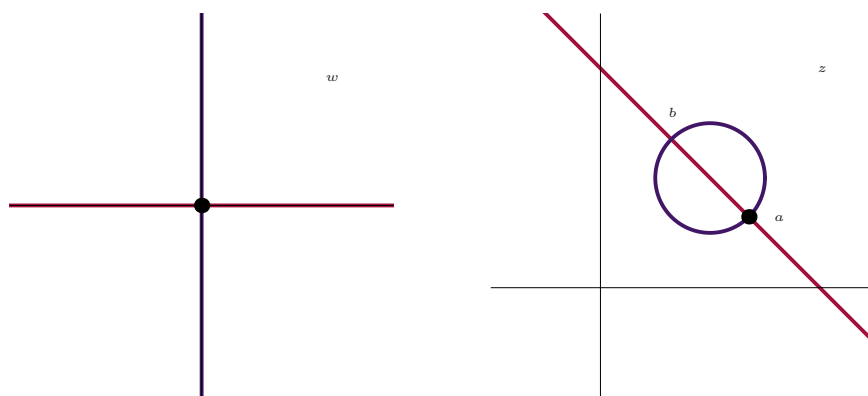


Figura 2.16: A imagem dos eixos coordenados por $w \mapsto z = b + \frac{b-a}{w-1}$.

Capítulo 3

Diferenciabilidade de funções complexas

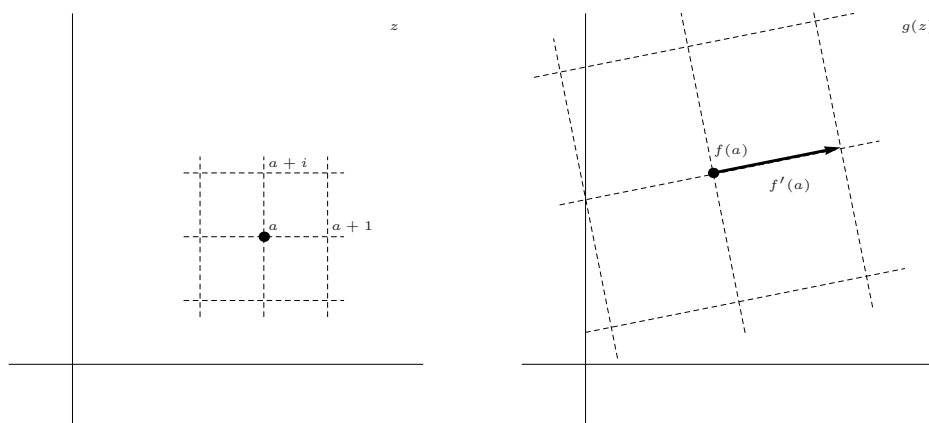


Figura 3.1: A aproximação linear $g(z) = f(a) + f'(a)(z - a)$ de uma função diferenciável no ponto a .

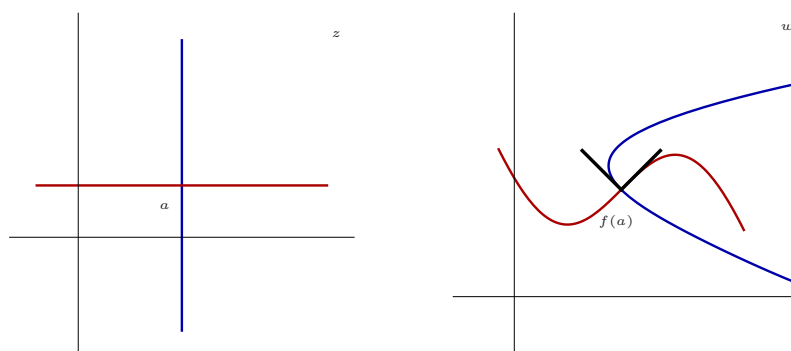


Figura 3.2: Interpretação geométrica da equação de Cauchy-Riemann.

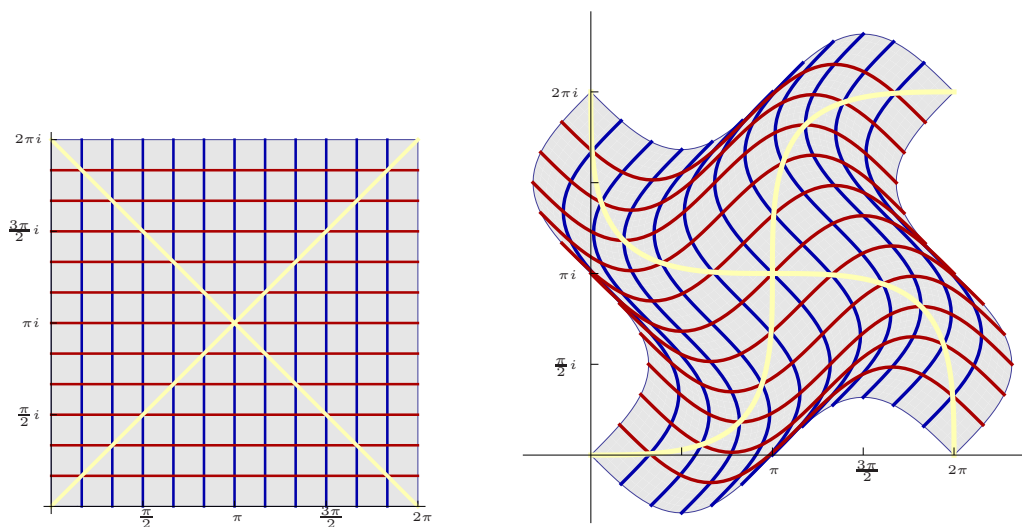


Figura 3.3: Os pontos de diferenciabilidade de uma função e as imagens de pequenos quadrados.

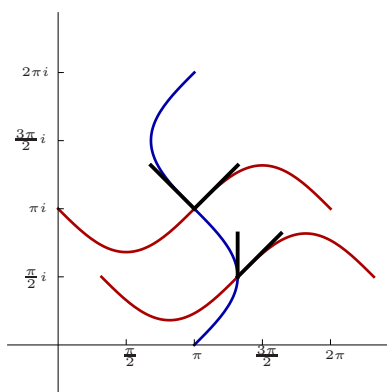


Figura 3.4: As imagens de um ponto de diferenciabilidade e de um ponto de não diferenciabilidade.

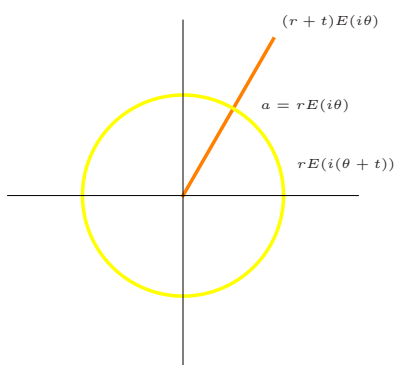


Figura 3.5: Derivar em ordem a r e derivar em ordem a θ .

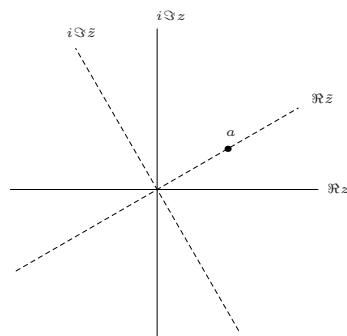


Figura 3.6: Uma mudança de coordenadas permite passar da forma polar para a forma cartesiana da equação de Cauchy-Riemann.

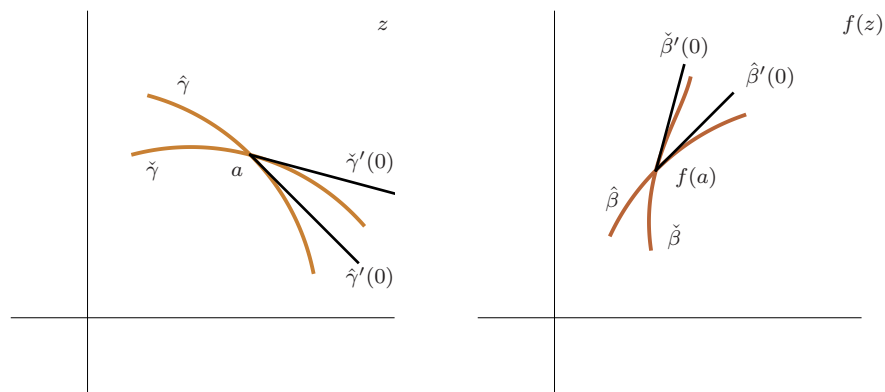


Figura 3.7: Transformação conforme.

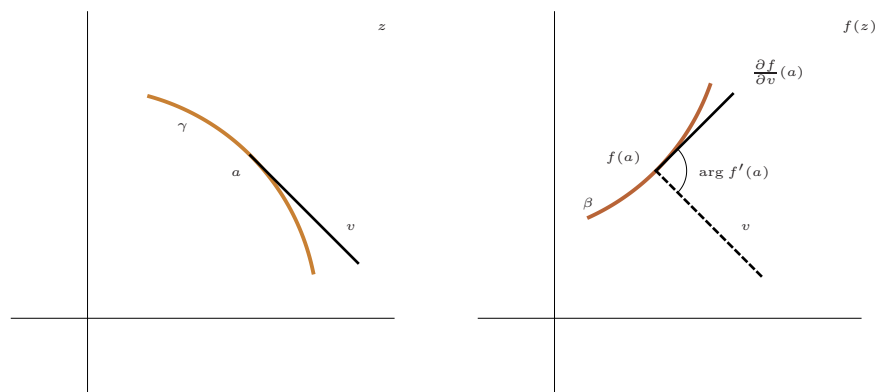


Figura 3.8: A imagem de uma curva por uma função diferenciável com derivada não nula.

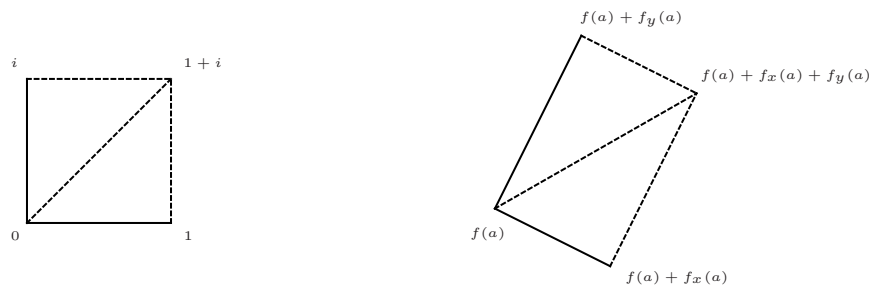


Figura 3.9: Se f é \mathbb{R} -diferenciável e conforme, então f é diferenciável.

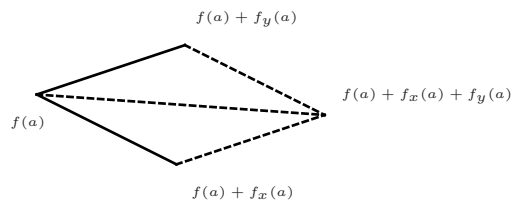


Figura 3.10: Se f é \mathbb{R} -diferenciável e Df transforma vetores de comprimento l em vetores de comprimento κl , então, ou f , ou \bar{f} são diferenciáveis.

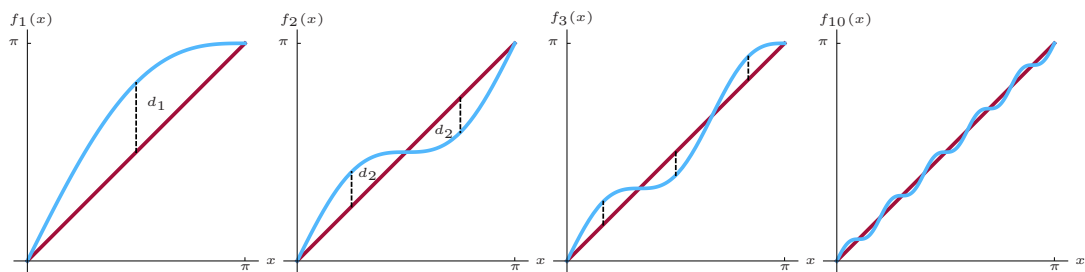


Figura 3.11: Ilustração do Exemplo 3.36 de convergência uniforme.

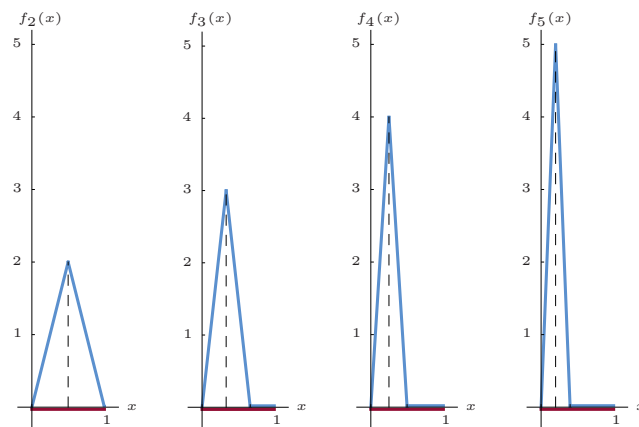


Figura 3.12: Ilustração do Exemplo 3.37 de convergência pontual.

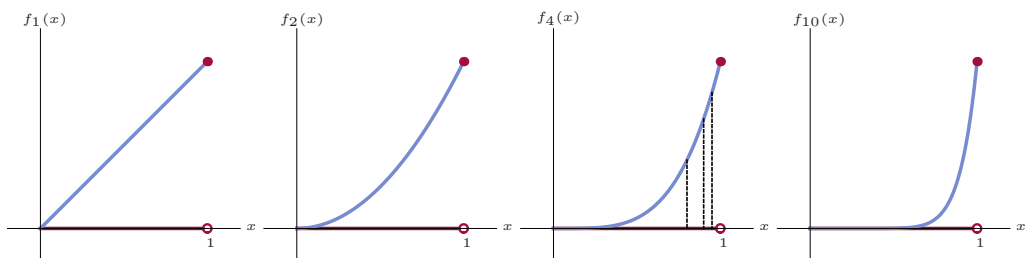


Figura 3.13: Ilustração do Exemplo 3.38 de convergência pontual.

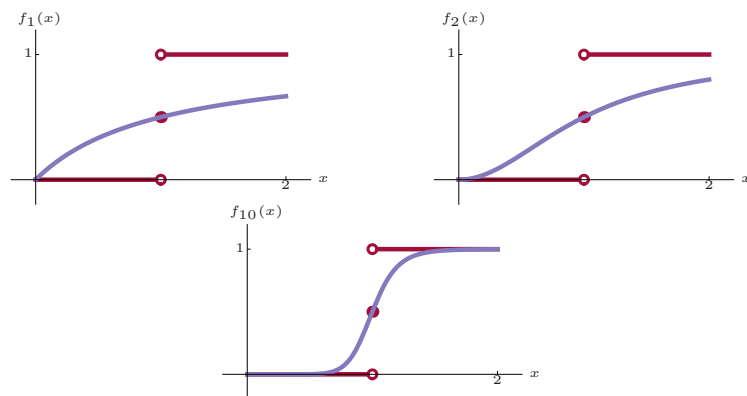


Figura 3.14: Ilustração do Exemplo 3.39 de convergência pontual.

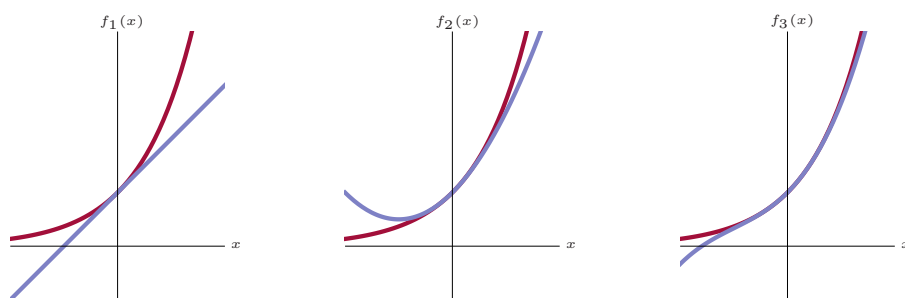


Figura 3.15: Ilustração do Exemplo 3.40 de convergência uniforme em intervalos limitados.

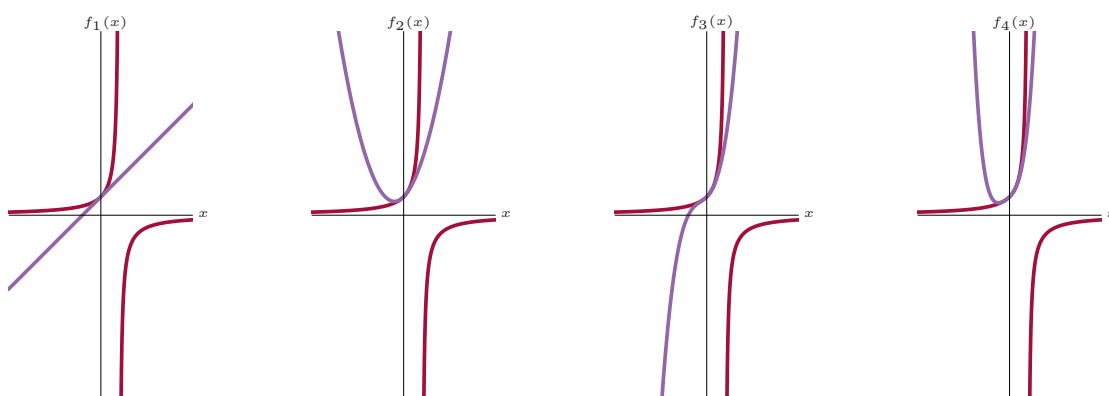


Figura 3.16: Ilustração do Exemplo 3.41 de convergência pontual e de divergência.

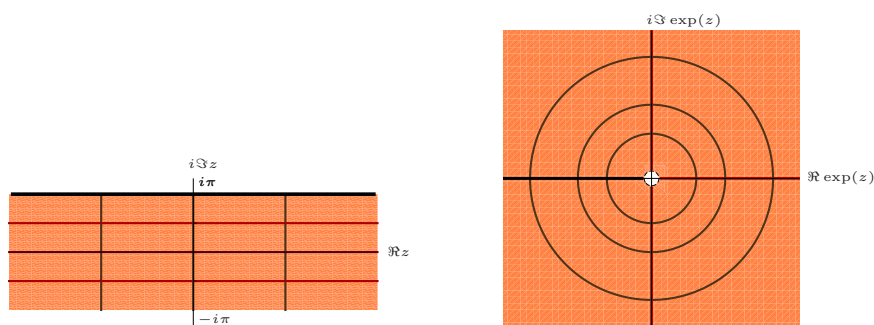


Figura 3.17: Representação geométrica da imagem de $\{z \in \mathbb{C} : -\pi < \Im z \leq \pi\}$ por $z \mapsto \exp(z)$.

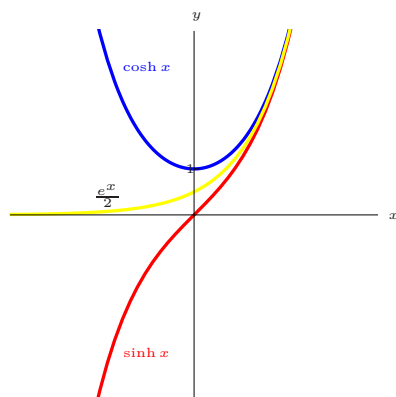


Figura 3.18: Os gráficos de $x \mapsto \cosh x$ e $x \mapsto \sinh x$.

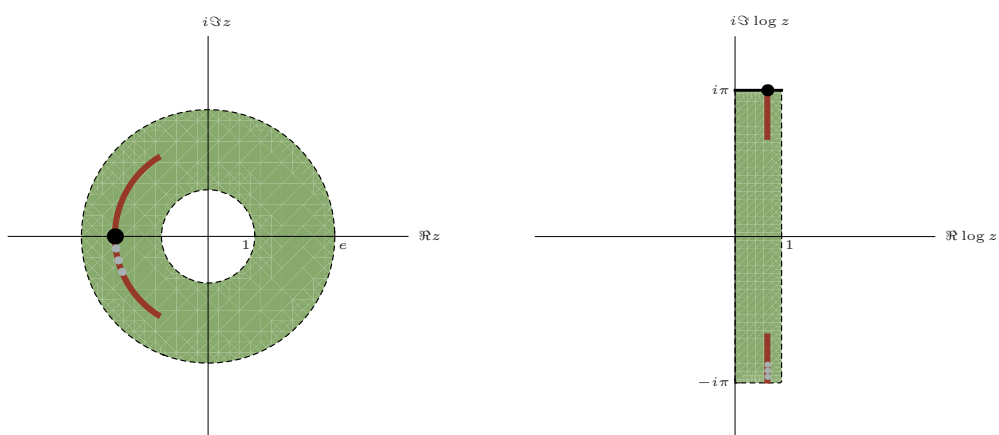


Figura 3.19: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função logaritmo principal.

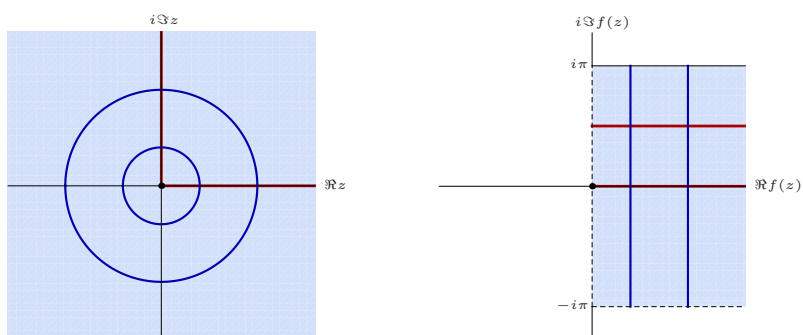


Figura 3.20: Representação geométrica da imagem de duas semirretas pela função descontínua na origem.

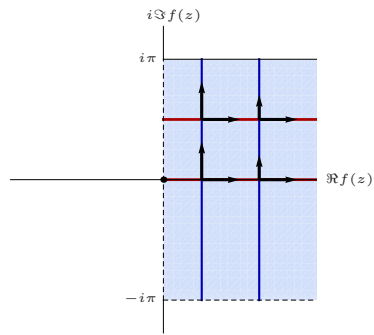


Figura 3.21: As imagens de pontos de diferenciabilidade e de pontos de não diferenciabilidade e a forma polar da equação de Cauchy-Riemann.

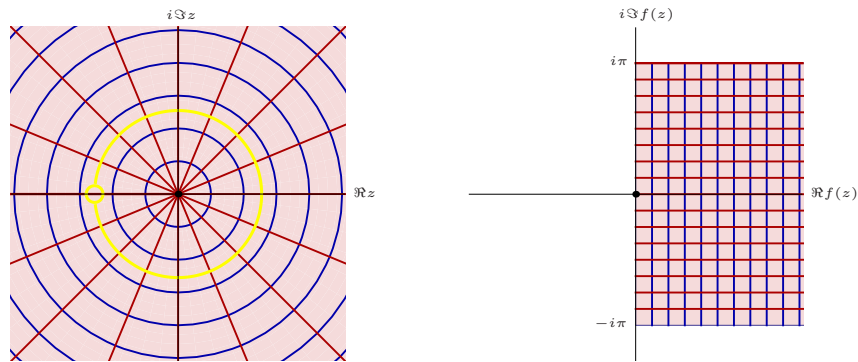


Figura 3.22: Os pontos de diferenciabilidade de uma função e as pré-imagens de pequenos quadrados.

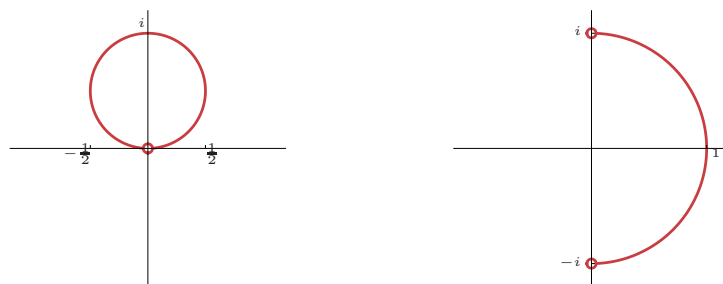


Figura 3.23: Representação geométrica da imagem do conjunto \mathcal{S} pela função do Exercício 3.63.

Capítulo 4

Integrais de funções complexas

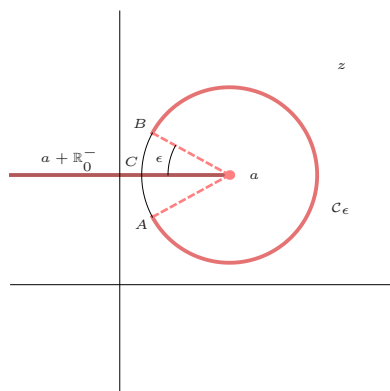


Figura 4.1: Como aplicar o Teorema Fundamental do Cálculo para calcular $\int_{|z-a|=r} \frac{1}{z-a} dz$.

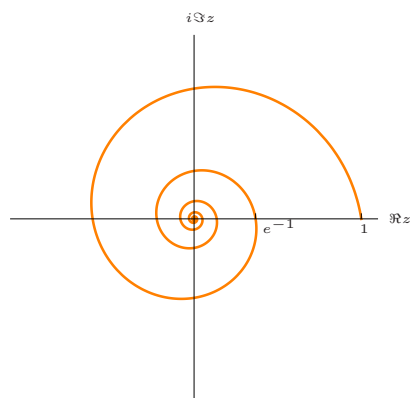


Figura 4.2: A curva parametrizada pelo caminho $z : [0, +\infty[\rightarrow \mathbb{C}$, definido por $z(\theta) = e^{-\theta+2\pi i\theta}$.

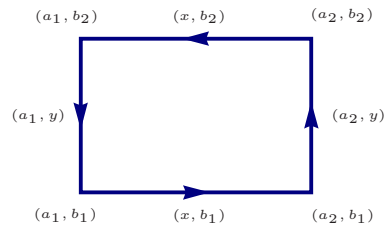


Figura 4.3: A fronteira do retângulo \mathcal{R} descrita no sentido direto.

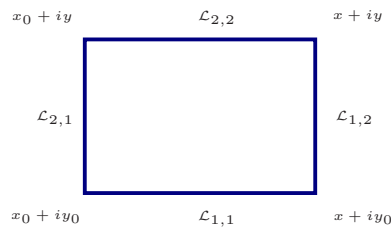


Figura 4.4: O integral de f sobre $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_{1,1} \cup \mathcal{L}_{1,2}$ é igual ao integral de f sobre $\mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_{2,1} \cup \mathcal{L}_{2,2}$, de acordo com o Teorema de Goursat.

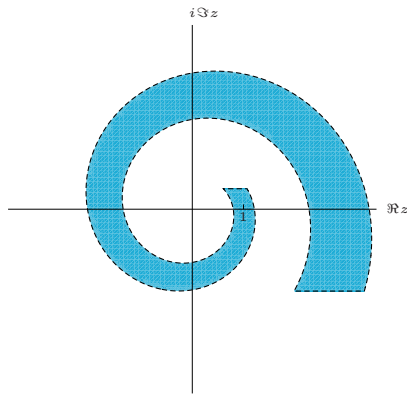


Figura 4.5: Um conjunto simplesmente conexo.

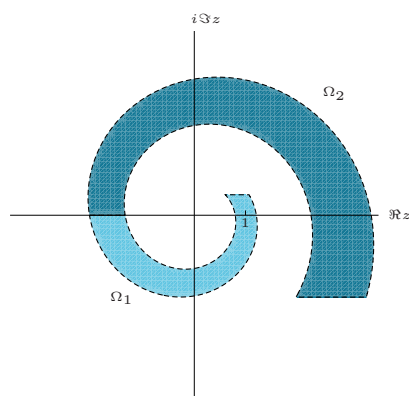


Figura 4.6: Divisão do conjunto da Figura 4.5 em dois.

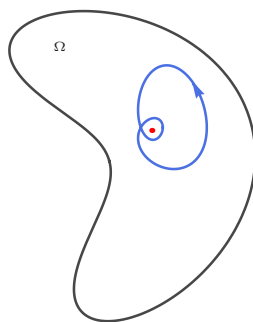


Figura 4.7: O conjunto Ω simplesmente conexo do Teorema de Cauchy melhorado.

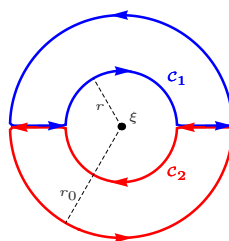


Figura 4.8: Uma forma de provar a independência do integral $\int_{|z-\xi|=r} f(z) dz$ em relação ao valor de r .

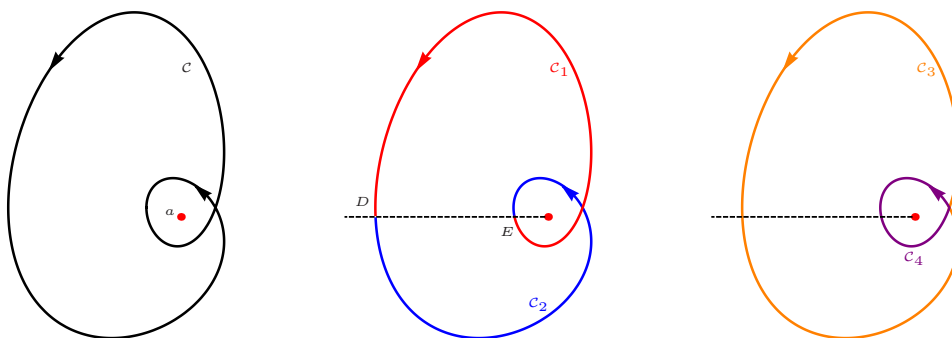


Figura 4.9: Duas formas de calcular o índice da curva \mathcal{C} em relação ao ponto a .

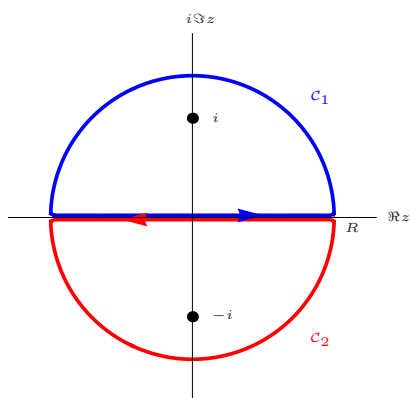


Figura 4.10: Decomposição de uma curva em duas outras para aplicação da Fórmula Integral de Cauchy.

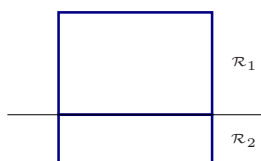


Figura 4.11: Divisão do retângulo \mathcal{R} nos retângulos \mathcal{R}_1 e \mathcal{R}_2 .

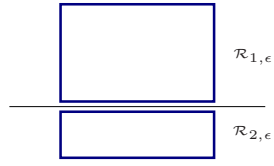


Figura 4.12: Os retângulos $\mathcal{R}_{1,\epsilon}$ e $\mathcal{R}_{2,\epsilon}$.

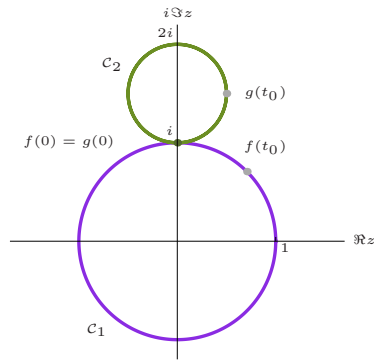


Figura 4.13: Ilustração das hipóteses do Exercício 4.58 no caso particular em que $f(t) = ie^{-it}$ e $g(t) = \frac{i}{2}(3 - e^{2it})$.

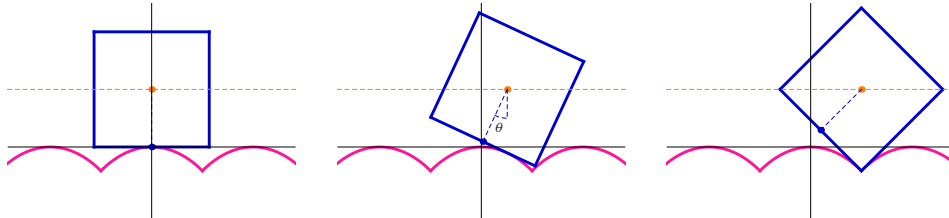


Figura 4.14: Uma roda quadrada a percorrer uma estrada formada por uma série de arcos catenários.

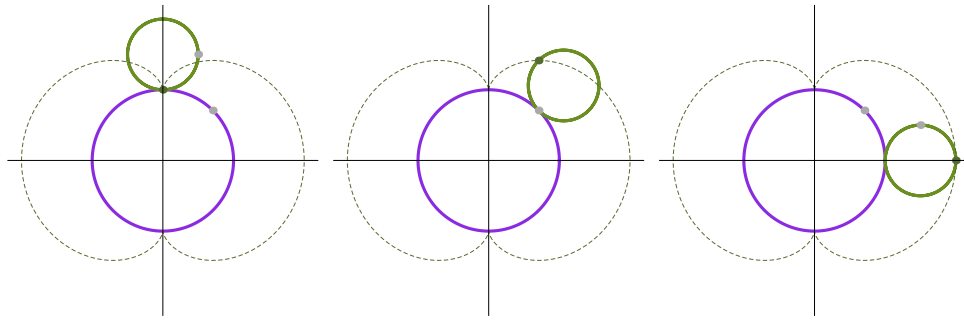


Figura 4.15: Uma circunferência a rodar sobre outra e uma rolete.

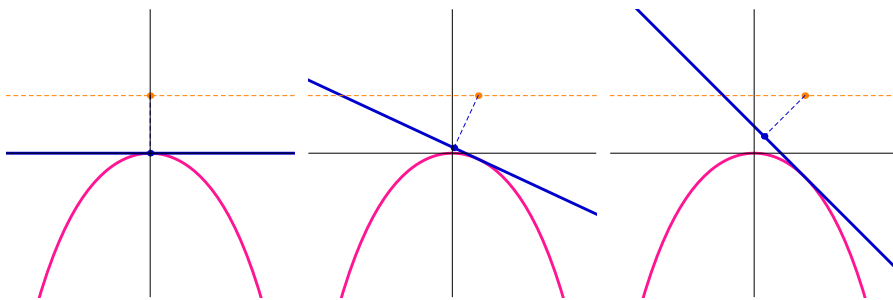


Figura 4.16: Uma reta a rodar sobre um arco catenário.

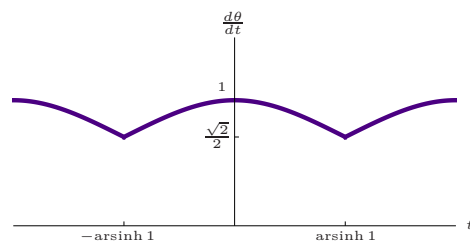


Figura 4.17: Velocidade angular do eixo da roda quando este se move com velocidade linear igual a 1 m/s.

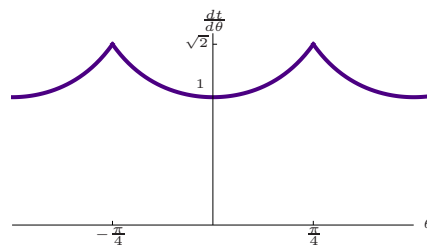


Figura 4.18: Velocidade linear do eixo da roda quando este se move com velocidade angular igual a 1 rad/s.

Capítulo 5

Séries de Taylor e de Laurent

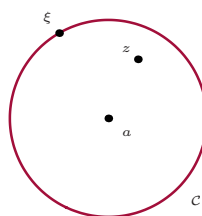


Figura 5.1: No desenvolvimento de $z \mapsto \frac{1}{\xi - z}$ em série de potências de $z - a$, o ponto z deve estar dentro de C .

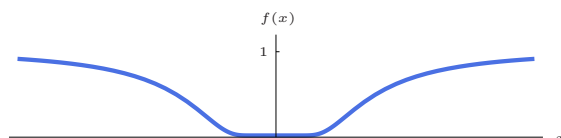


Figura 5.2: Gráfico de uma função real indefinidamente diferenciável que não é analítica.

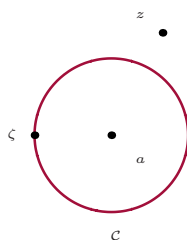


Figura 5.3: No desenvolvimento de $z \mapsto -\frac{1}{\xi - z}$ em série de potências de $\frac{1}{z - a}$, o ponto z deve estar fora de C .

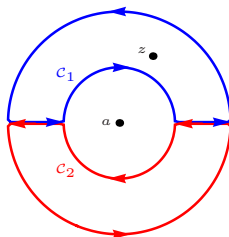


Figura 5.4: Curvas auxiliares usadas na prova do desenvolvimento em série de Laurent.

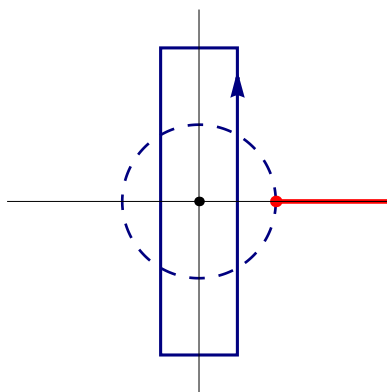


Figura 5.5: A curva de integração não está contida na região anular em que é válido o desenvolvimento em série de Laurent.

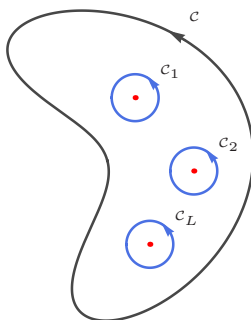


Figura 5.6: Para provar o Teorema dos Resíduos, usa-se o facto de $\int_C f(z) dz = \sum_{j=1}^L \int_{c_j} f(z) dz$.

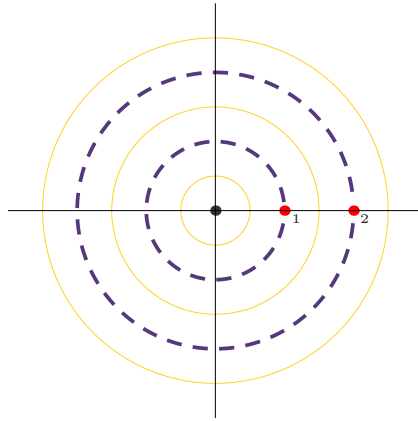


Figura 5.7: As regiões anulares centradas em zero em que se pode desenvolver $z \mapsto \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ em série de Laurent.

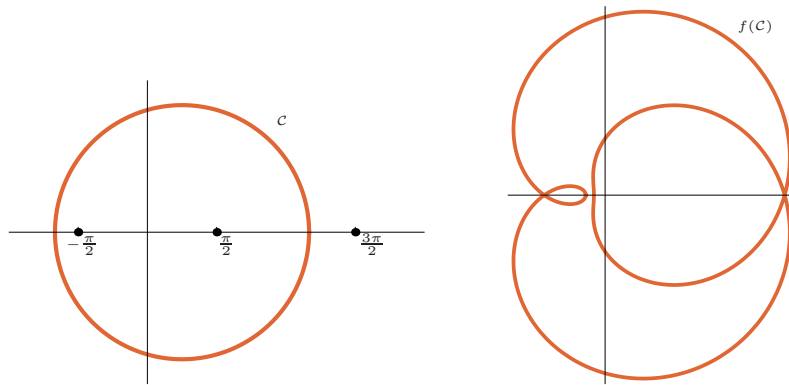


Figura 5.8: A função f tem dois zeros dentro de \mathcal{C} e a curva $f(\mathcal{C})$ dá duas voltas em torno da origem.

Capítulo 6

Equações diferenciais ordinárias

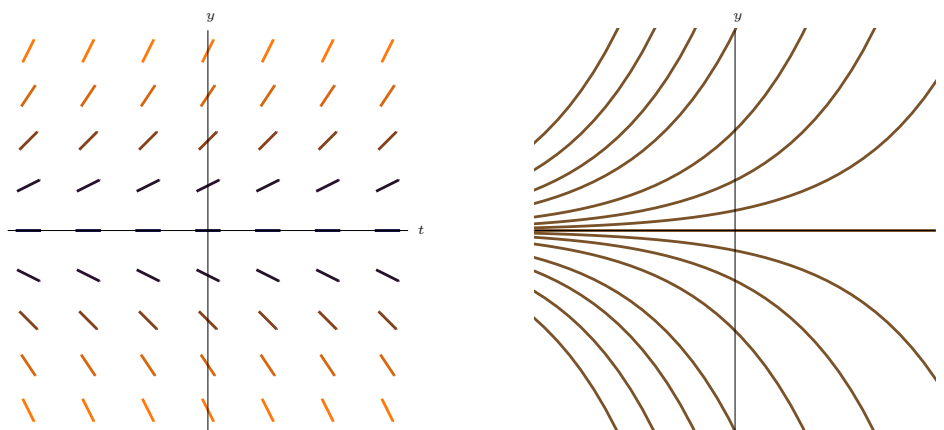


Figura 6.1: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = ay$, com $a > 0$.

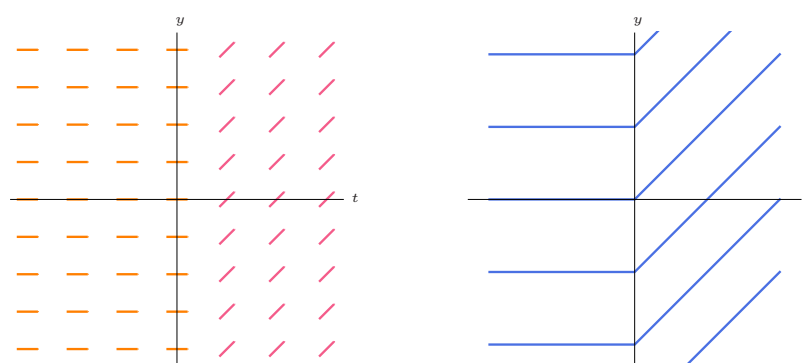


Figura 6.2: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções da equação diferencial do Exemplo 6.4.

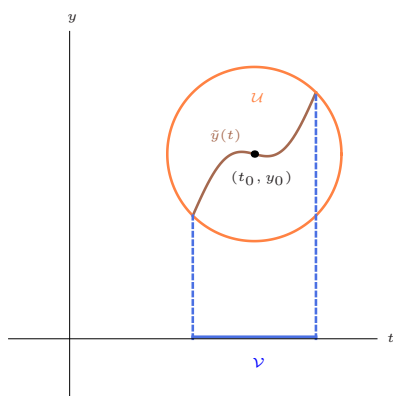


Figura 6.3: Representação dos conjuntos fornecidos pelo Teorema da Função Implícita.

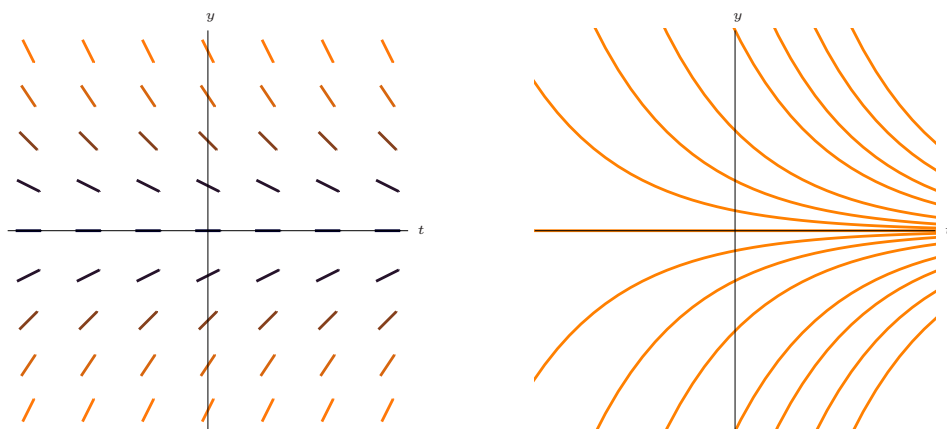


Figura 6.4: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = ay$, com $a < 0$.

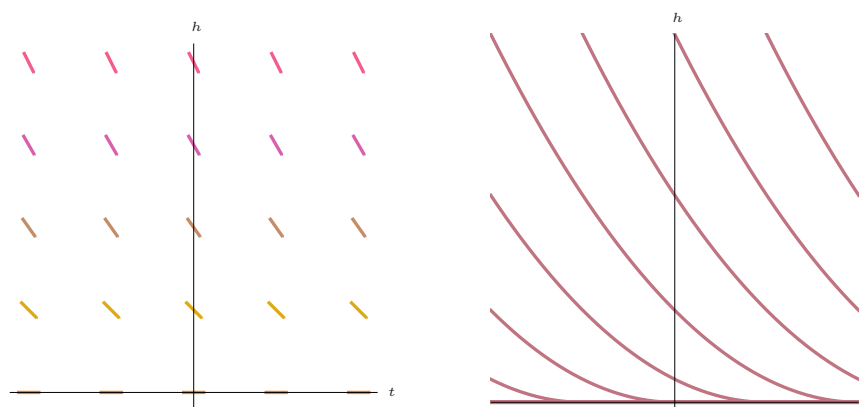


Figura 6.5: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $h' = -A\sqrt{2gh}$.

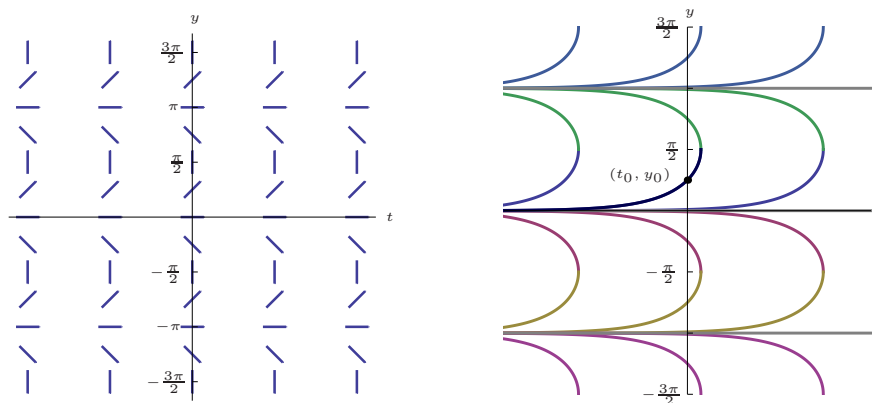


Figura 6.6: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = \tan y$.

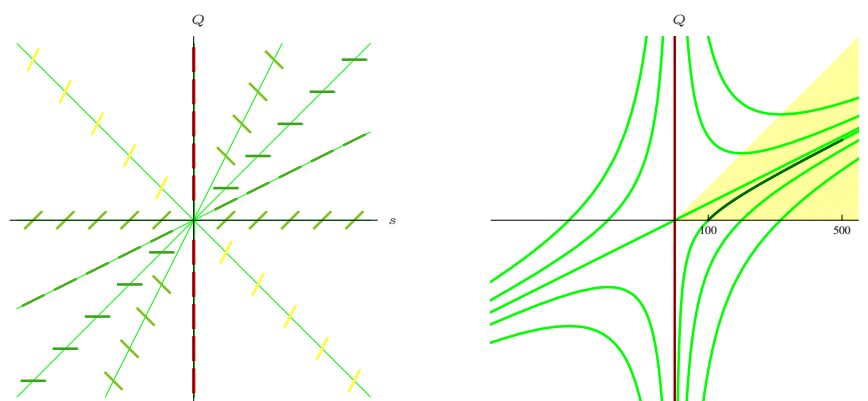


Figura 6.7: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $\frac{dQ}{ds} = 1 - \frac{Q}{s}$.

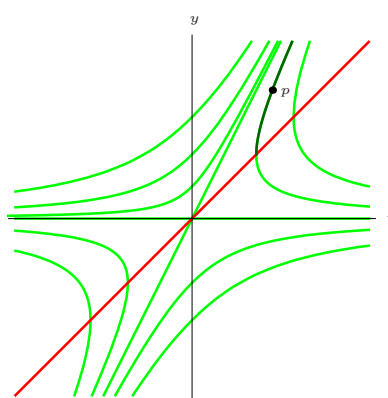


Figura 6.8: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $\frac{dy}{dt} = \frac{y}{y-t}$.

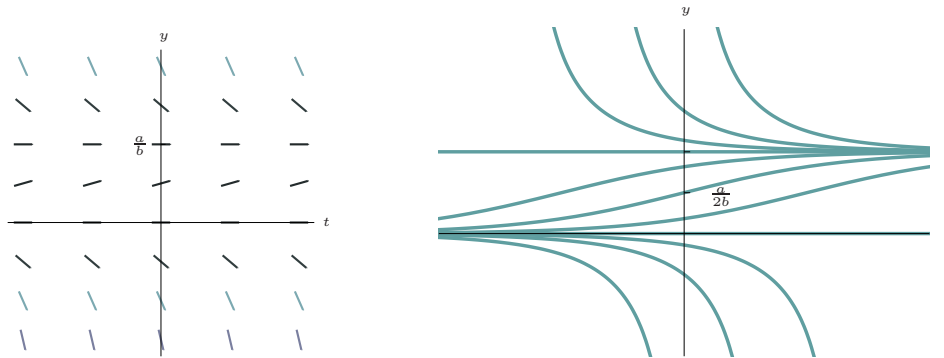


Figura 6.9: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções da equação logística.

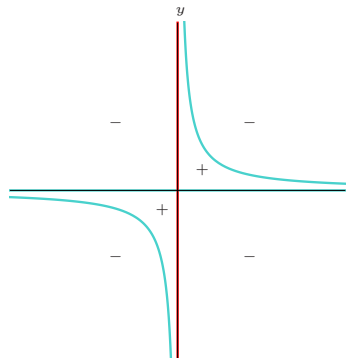


Figura 6.10: O sinal de $y(\frac{1}{t} - y)$ no plano (t, y) .

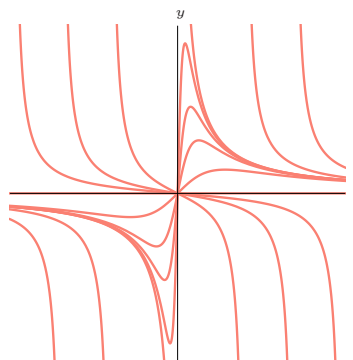


Figura 6.11: Esboço dos gráficos das soluções de $y' = \frac{y}{t} - y^2$.

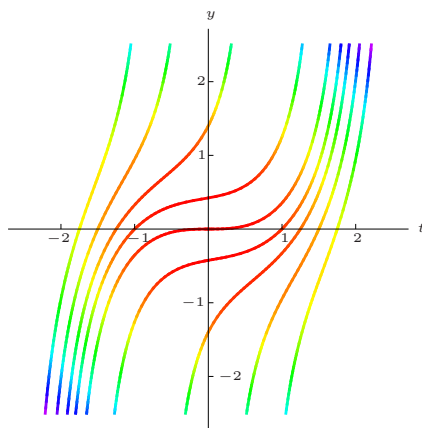


Figura 6.12: Esboço dos gráficos das soluções de $y' = t^2 + y^2$.

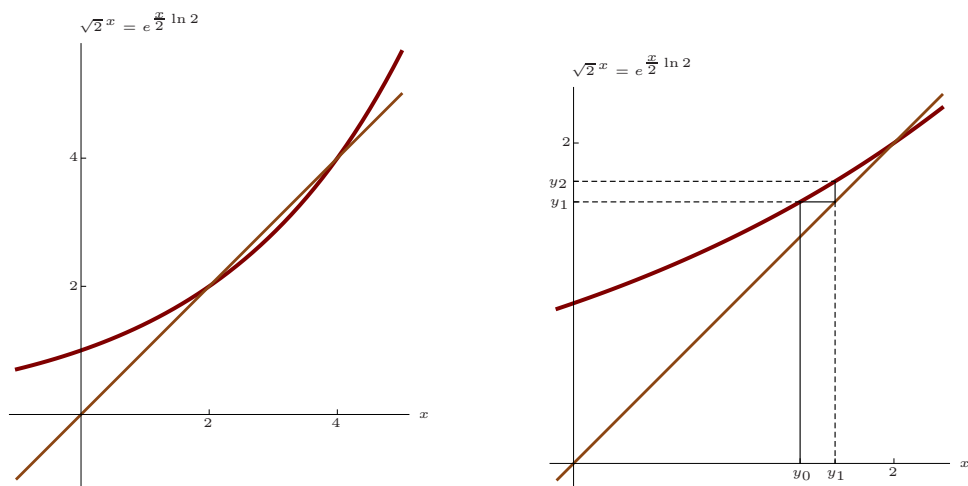


Figura 6.13: O gráfico de $x \mapsto \sqrt{2}^x$ e a construção dos primeiros três termos da sucessão (y_n) .

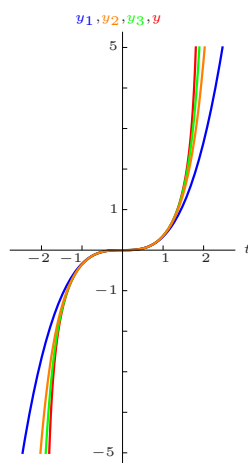


Figura 6.14: Esboço dos gráficos das três primeiras iteradas de Picard e do gráfico da solução do problema de valor inicial do Exemplo 6.38.

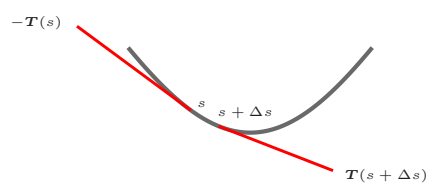


Figura 6.15: Representação de uma catenária e das tensões nos pontos s e $s + \Delta s$.

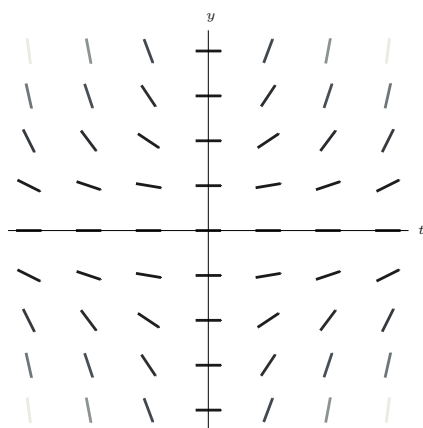


Figura 6.16: Campo de direções da equação diferencial do Exercício 6.47.

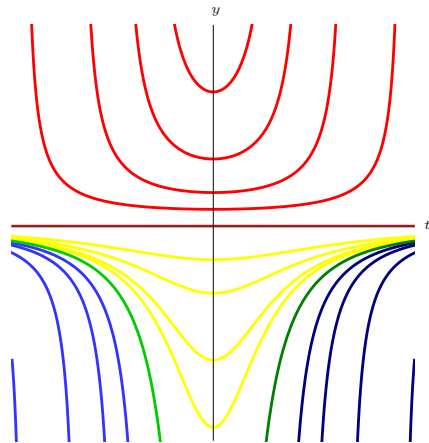


Figura 6.17: Esboço dos gráficos das soluções da equação diferencial do Exercício 6.47.

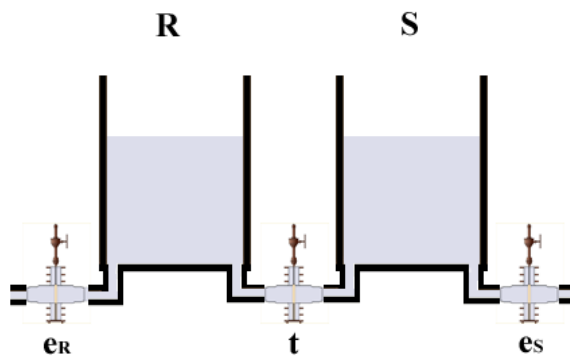


Figura 6.18: Os dois reservatórios do Problema 6.48.

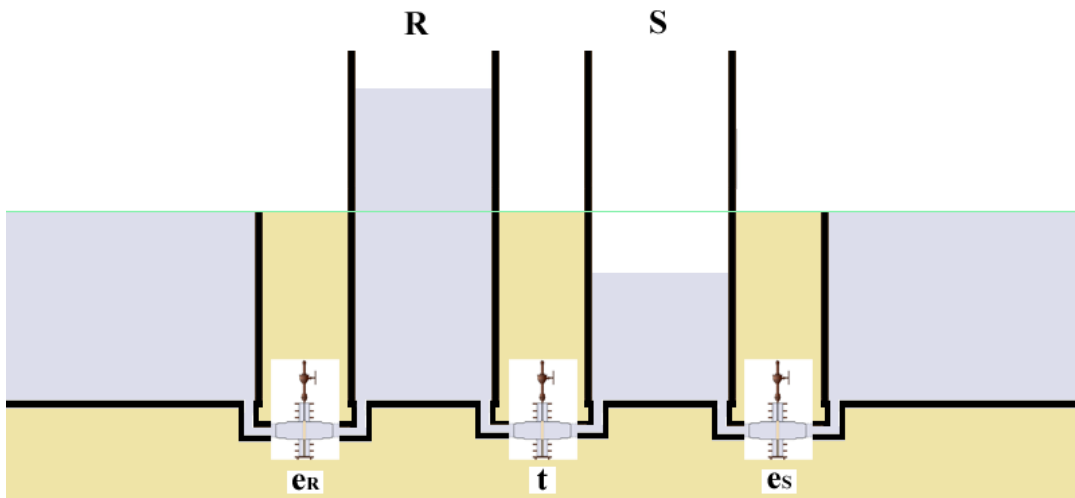


Figura 6.19: Um modelo físico com dois reservatórios que permite interpretar as soluções de (6.60) com funções coordenadas que assumem valores negativos.

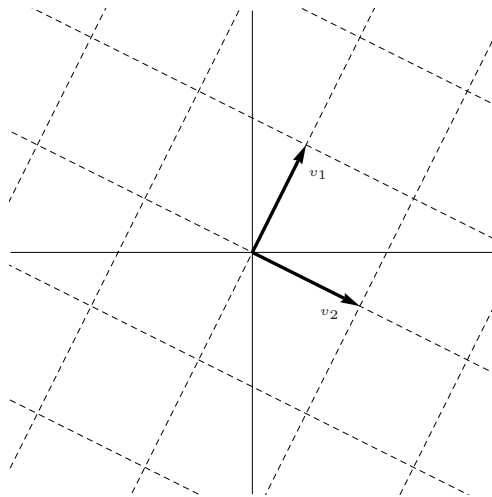


Figura 6.20: O sistema de coordenadas determinado por v_1 e v_2 .

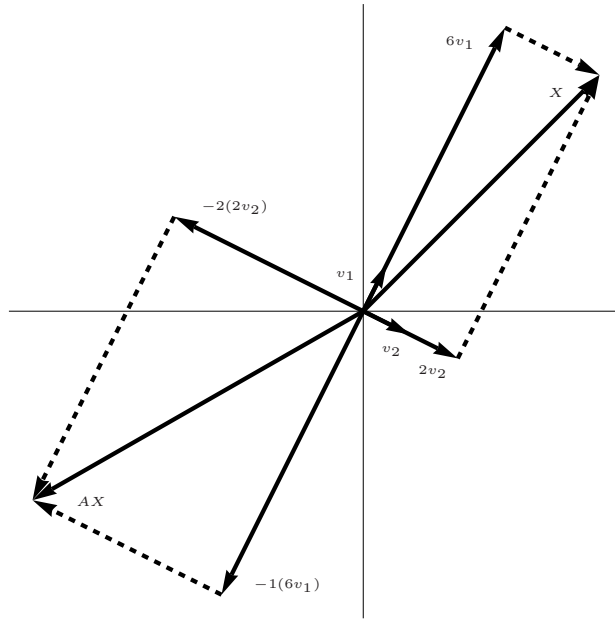


Figura 6.21: Interpretação de $A = SAS^{-1}$.

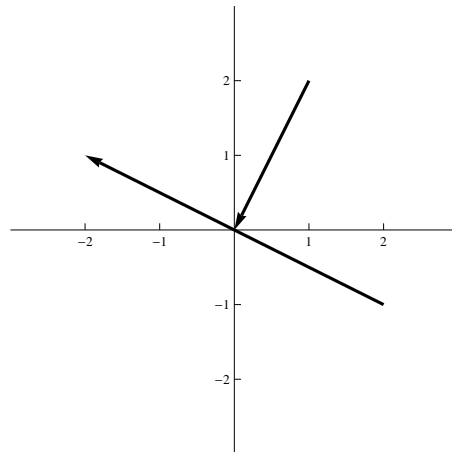


Figura 6.22: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

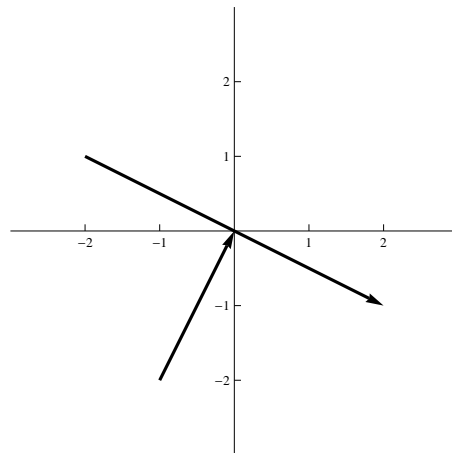


Figura 6.23: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

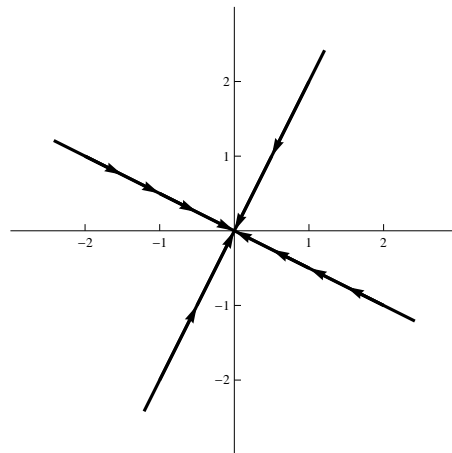


Figura 6.24: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

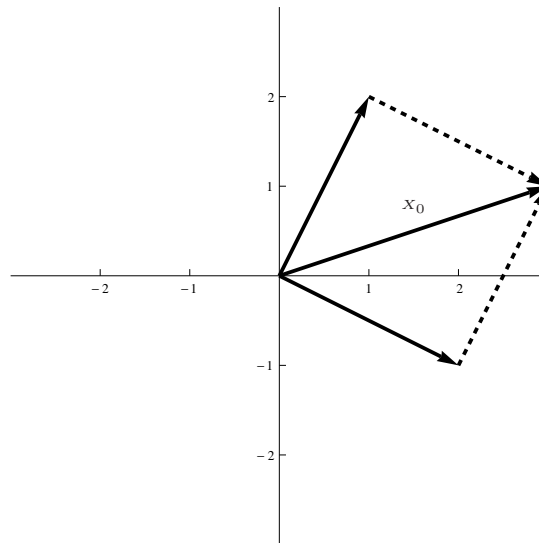


Figura 6.25: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

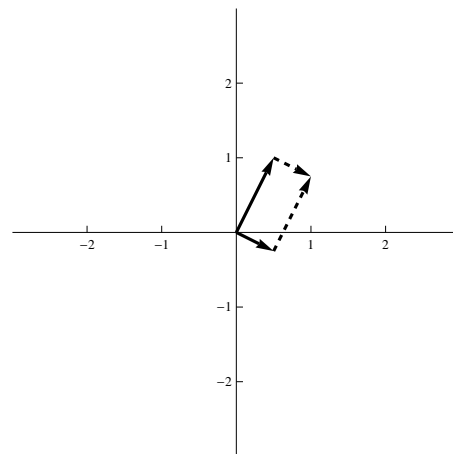


Figura 6.26: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

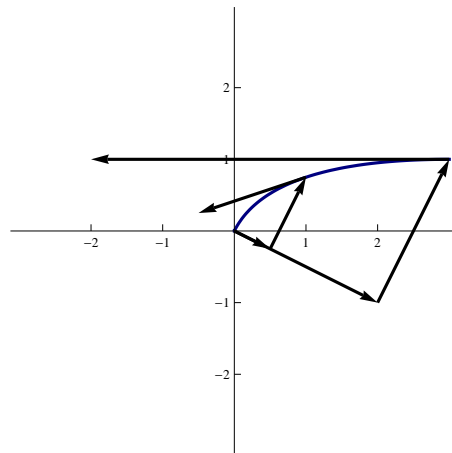


Figura 6.27: Construção do retrato de fase do sistema (6.60).

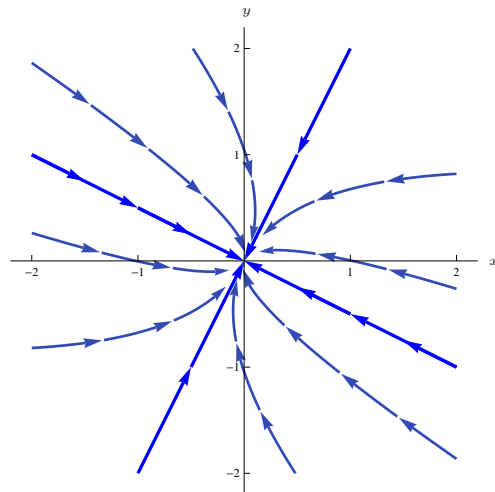


Figura 6.28: Retrato de fase do sistema (6.60).

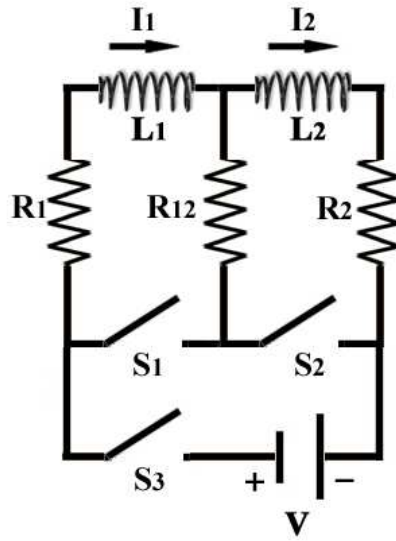


Figura 6.29: Um circuito cujo regime transitório é modelado pelo sistema (6.60).

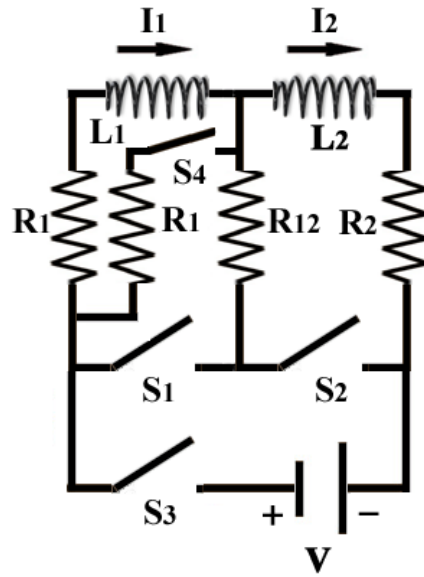


Figura 6.30: Outro circuito cujo regime transitório é modelado pelo sistema (6.60) e cujas correntes i_1 e i_2 são coordenadas de um vetor da forma $ae^{\lambda_1 t}v_1$ para $t \geq 0$.

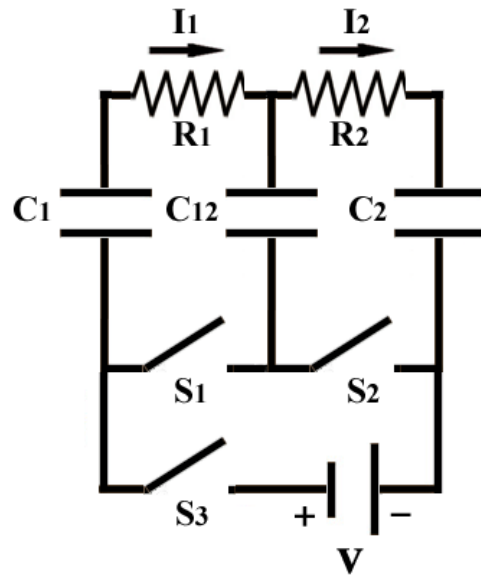


Figura 6.31: Ainda outro circuito cujo regime transitório é modelado pelo sistema (6.60).

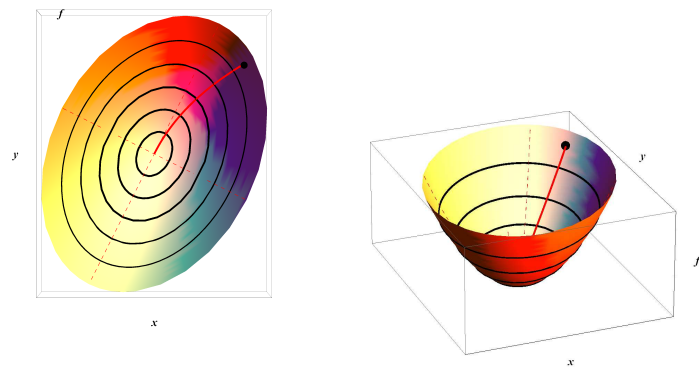


Figura 6.32: O gráfico da função f e um trajeto de declive máximo.

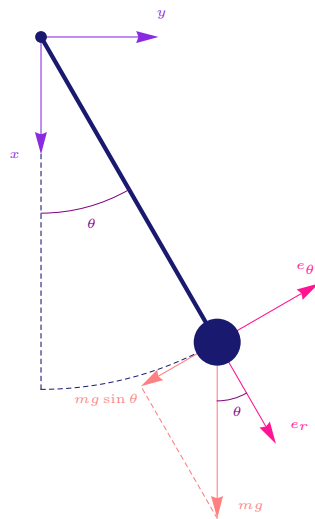


Figura 6.33: O pêndulo simples.

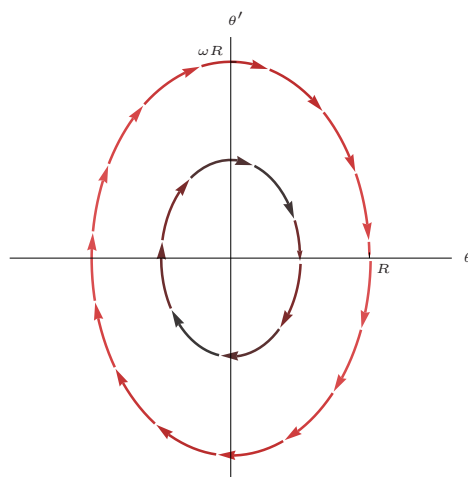


Figura 6.34: Retrato de fase do sistema (6.87).

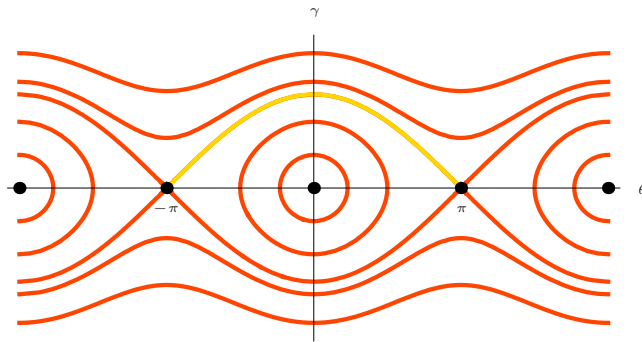


Figura 6.35: Retrato de fase do sistema associado a (6.85).

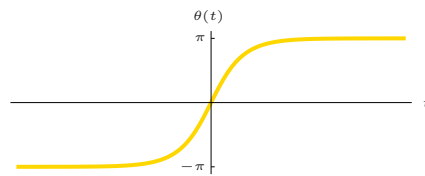


Figura 6.36: Gráfico do ângulo do pêndulo em função do tempo quando a solução satisfaz $\theta(t) \rightarrow -\pi$ quando $t \rightarrow -\infty$, e $\theta(t) \rightarrow +\pi$ quando $t \rightarrow +\infty$.

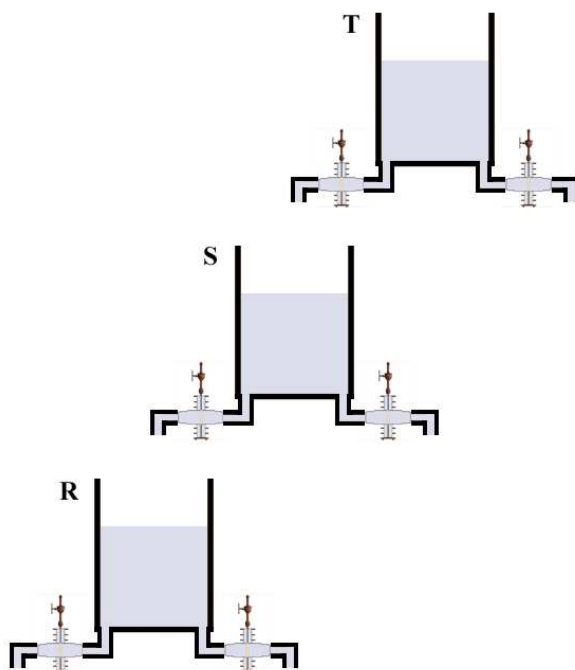


Figura 6.37: Os três reservatórios de Problema 6.71.

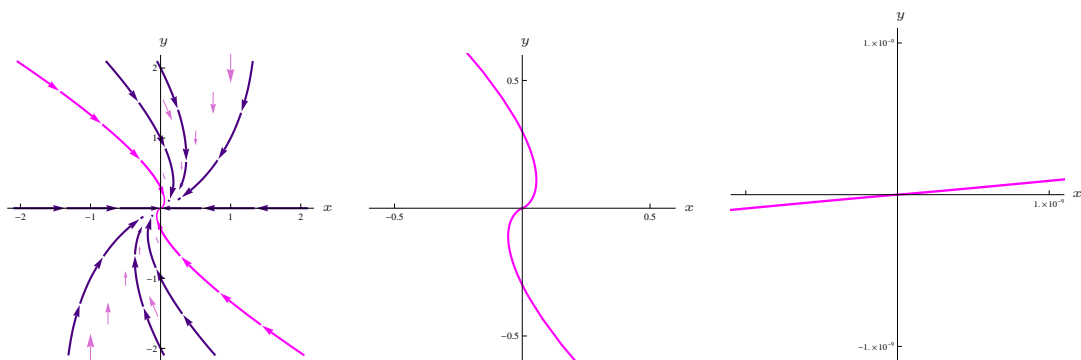


Figura 6.38: Retrato de fase do sistema (6.97) quando $z = 0$.

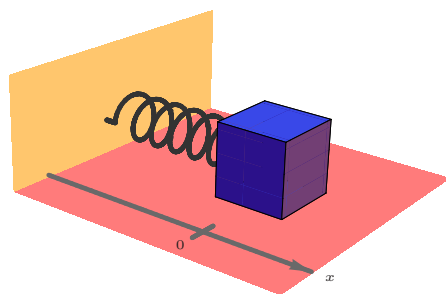


Figura 6.39: A mola do Problema 6.73.

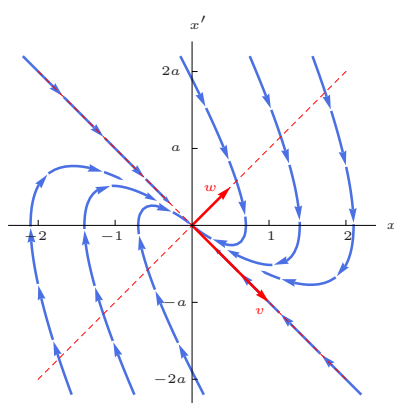


Figura 6.40: Retrato de fase do sistema (6.100).

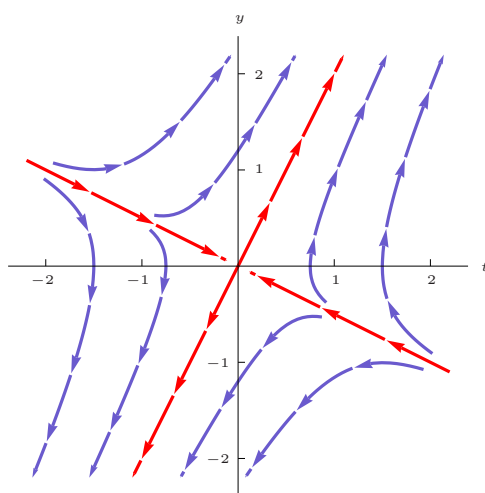


Figura 6.41: Retrato de fase do sistema (6.108).

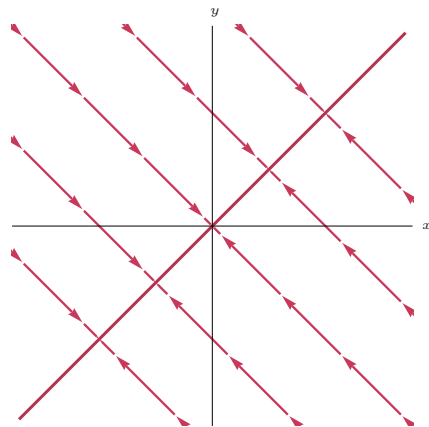


Figura 6.42: Retrato de fase do sistema (6.109).

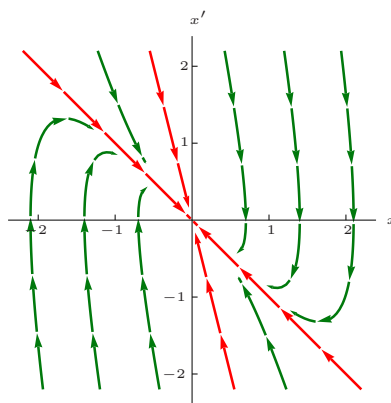


Figura 6.43: Retrato de fase do sistema (6.111).

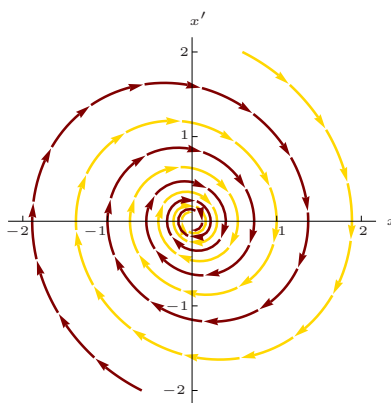


Figura 6.44: Retrato de fase do sistema associado a (6.114).

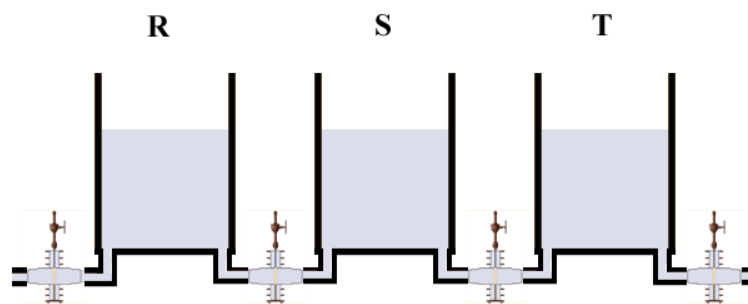


Figura 6.45: Os três reservatórios do Exercício 6.82.

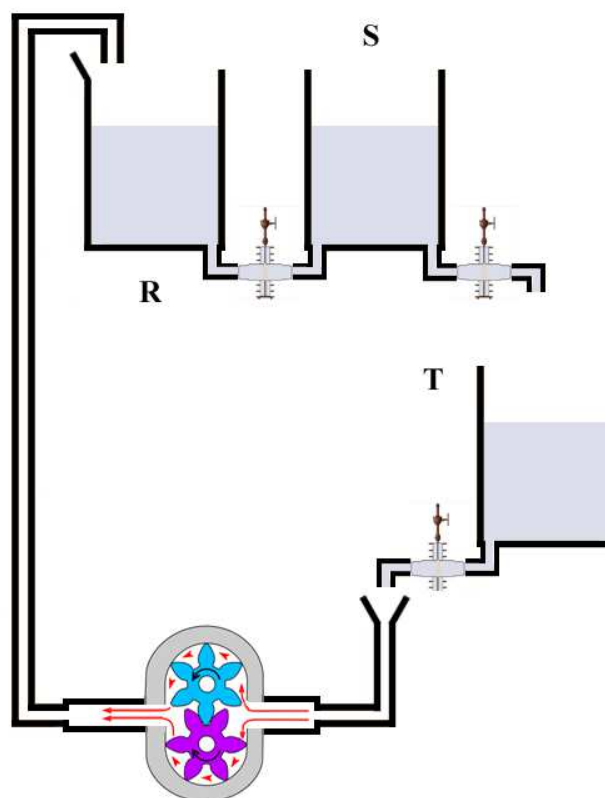


Figura 6.46: Os três reservatórios do Exercício 6.83.

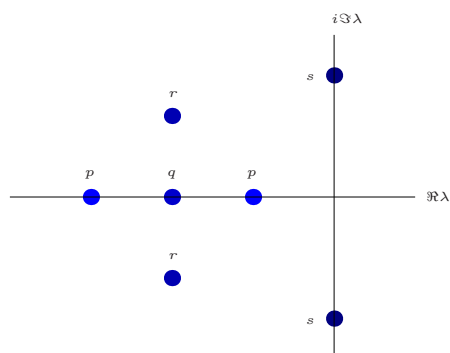


Figura 6.47: Raízes de um polinómio de segundo grau com coeficientes reais.

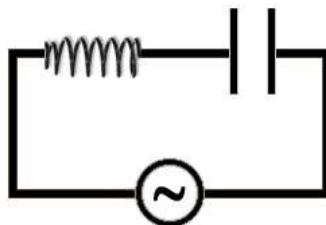


Figura 6.48: Circuito LC série.

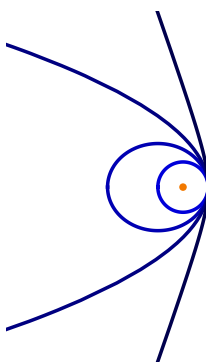


Figura 6.49: Movimento de quatro partículas sujeitas a uma força central com a mesma distância mínima r_0 ao centro de atração. O momento angular $L = mpe_z$ varia de partícula para partícula e é tal que $\frac{p^2}{r_0} = 1, 1.5, 2, 4$.

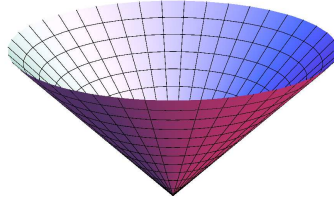


Figura 6.50: Cone.

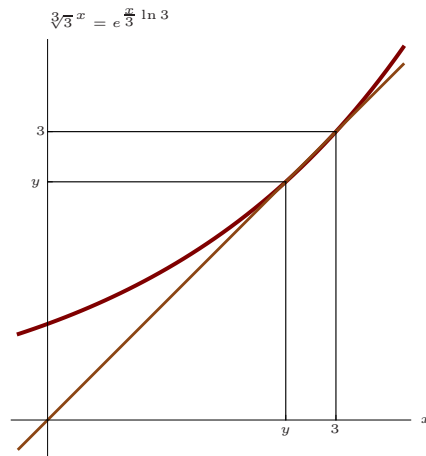


Figura 6.51: O gráfico de $x \mapsto \sqrt[3]{3}^x$.

Capítulo 7

Séries de Fourier e equações diferenciais parciais

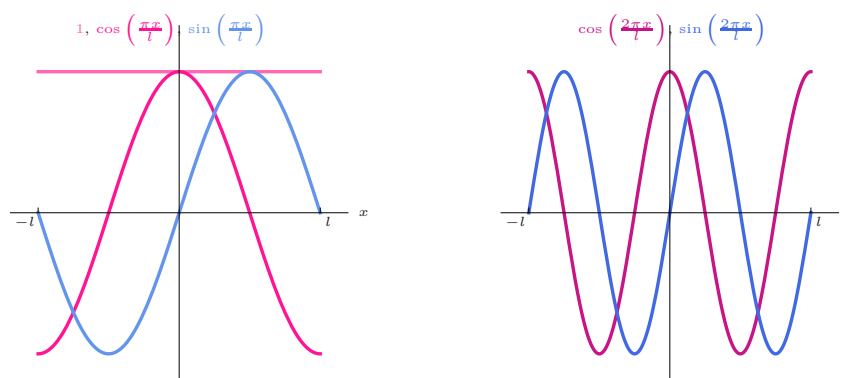


Figura 7.1: Os gráficos dos cinco primeiros elementos da base ortogonal \mathcal{V} .

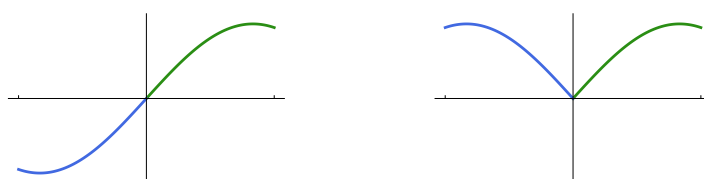


Figura 7.2: Prolongamento ímpar e par.

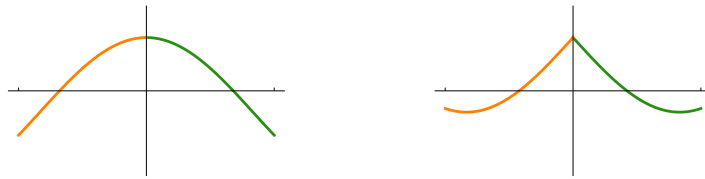


Figura 7.3: Prolongamento par.

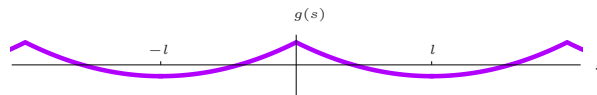


Figura 7.4: O gráfico da função g do Exemplo 7.17.

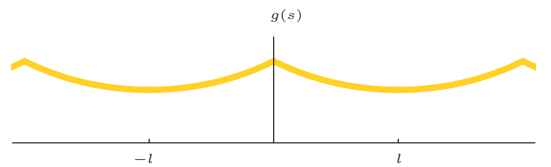


Figura 7.5: O gráfico da função g do Exemplo 7.18.

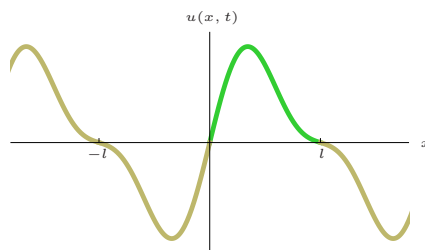


Figura 7.6: Prolongamento ímpar e periódico.

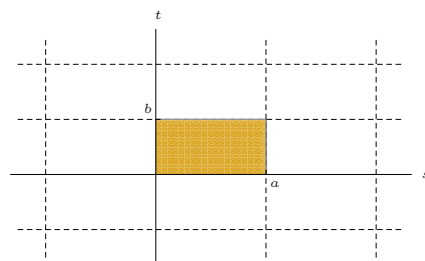


Figura 7.7: O domínio $[0, a] \times [0, b]$ de uma solução da equação de Helmholtz.

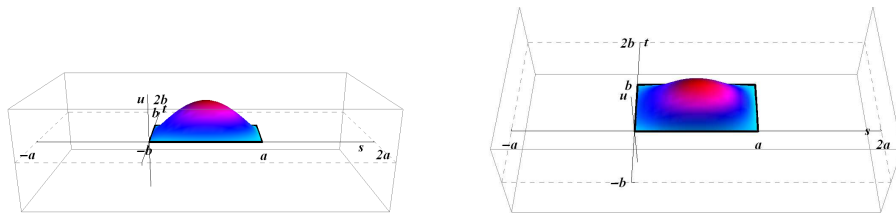


Figura 7.8: O gráfico de uma solução da equação de Helmholtz com condições de Dirichlet homogêneas.

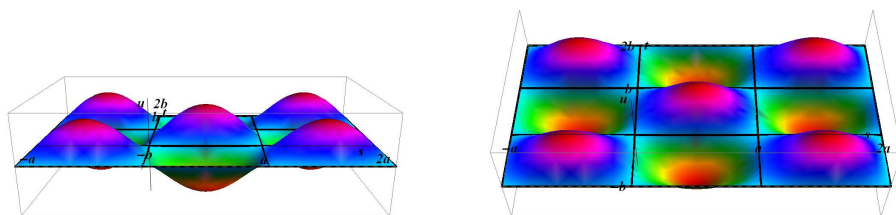


Figura 7.9: O gráfico do prolongamento de uma solução da equação de Helmholtz com condições de Dirichlet homogêneas.

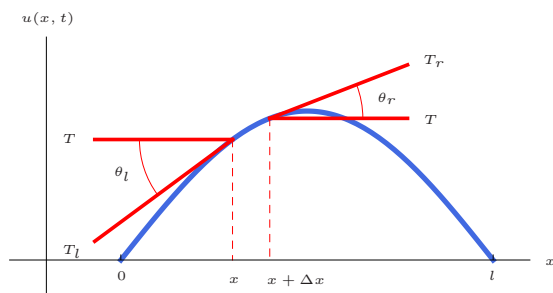


Figura 7.10: Representação de uma corda e das tensões nos pontos x e $x + \Delta x$.

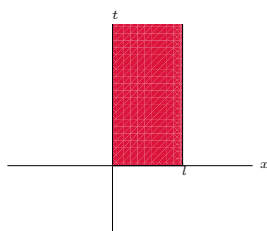


Figura 7.11: O domínio $[0, l] \times [0, +\infty[$ da temperatura u .

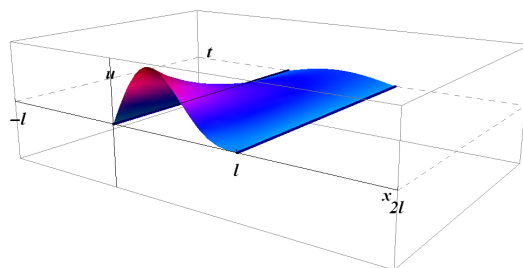


Figura 7.12: O gráfico de uma solução da equação do calor com condições de Dirichlet homogêneas.

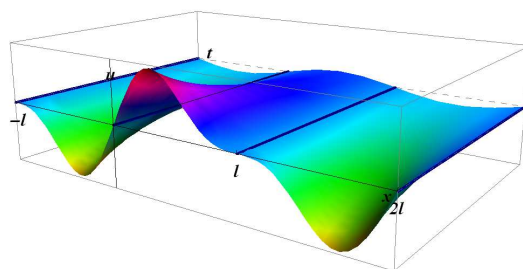


Figura 7.13: O gráfico do prolongamento de uma solução da equação do calor com condições de Dirichlet homogêneas.

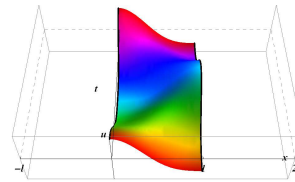
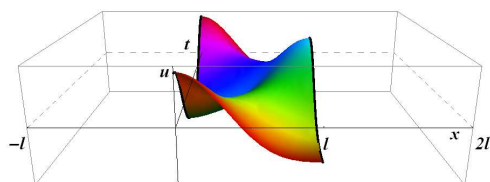


Figura 7.14: O gráfico de uma solução da equação das ondas com condições de Neumann homogêneas.

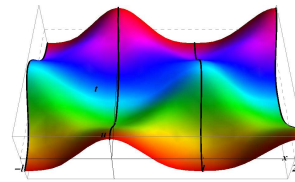
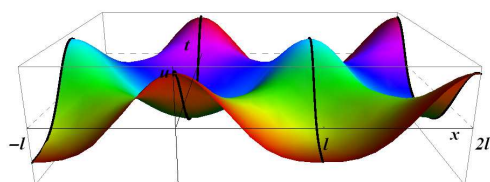


Figura 7.15: O gráfico do prolongamento de uma solução da equação das ondas com condições de Neumann homogêneas.

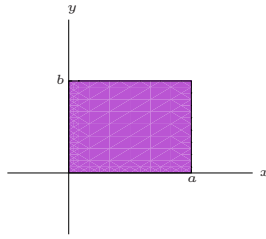


Figura 7.16: O domínio $[0, a] \times [0, b]$ da solução da equação de Laplace.

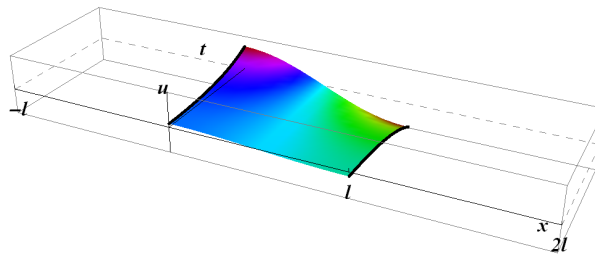


Figura 7.17: O gráfico de uma solução da equação de Laplace com condições de Neumann.

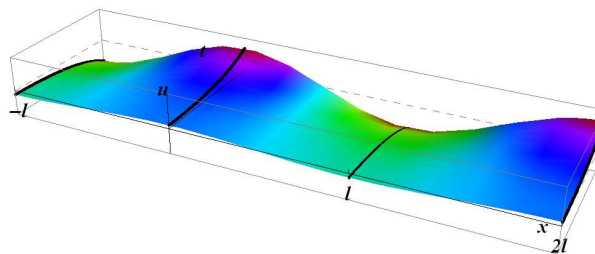


Figura 7.18: O gráfico do prolongamento de uma solução da equação de Laplace com condições de Neumann.

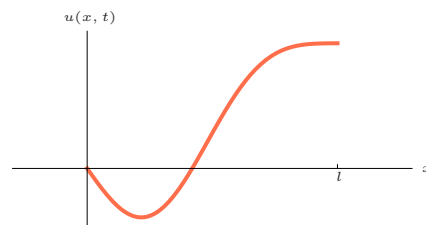


Figura 7.19: O gráfico de uma função que se anula na origem e que tem derivada nula em l .

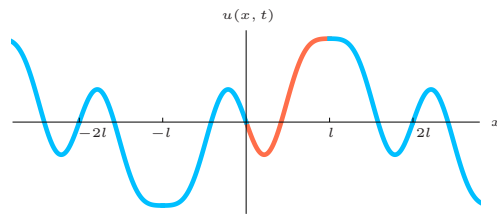


Figura 7.20: O prolongamento regular de uma função que satisfaz condições fronteira mistas.

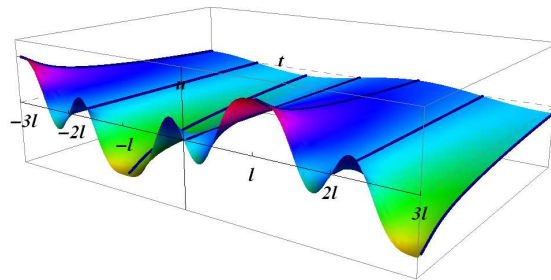


Figura 7.21: O prolongamento de uma solução da equação do calor com condições fronteira mistas.

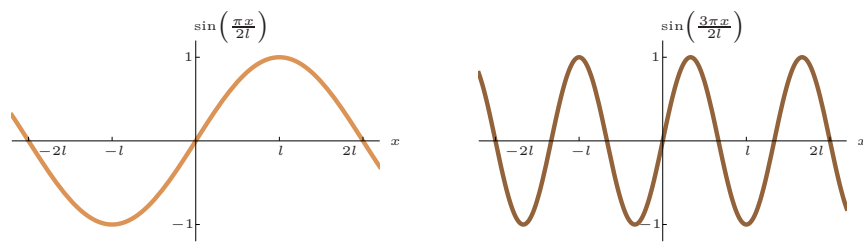


Figura 7.22: O gráfico de $x \mapsto \sin\left(\frac{n\pi x}{2l}\right)$ para $n = 1$ e 3 .

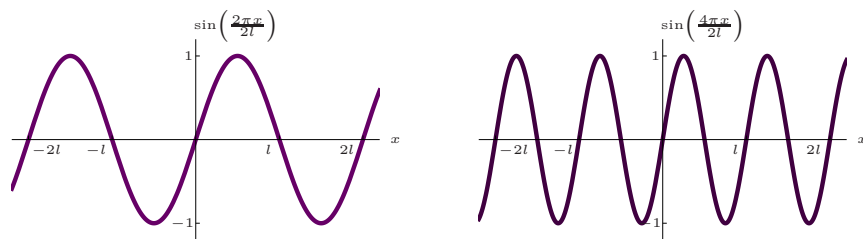


Figura 7.23: O gráfico de $x \mapsto \sin\left(\frac{n\pi x}{2l}\right)$ para $n = 2$ e 4 .

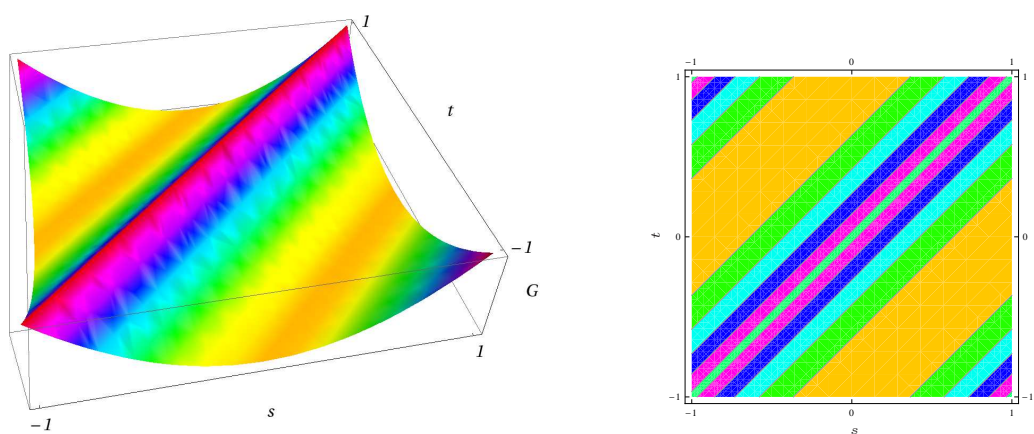


Figura 7.24: O gráfico e as curvas de nível da função G .

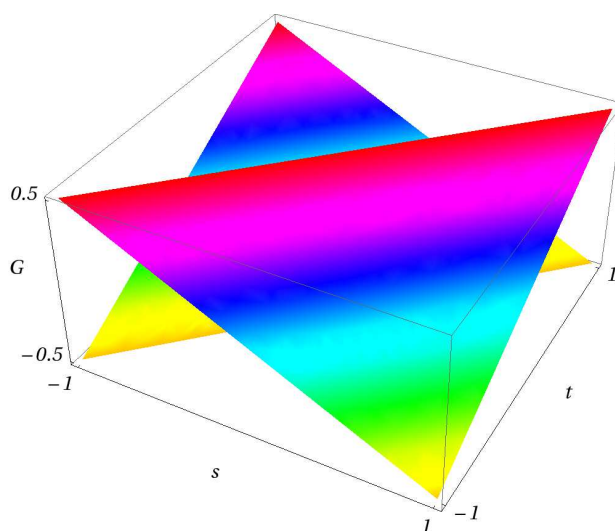


Figura 7.25: O gráfico da parte imaginária da função \mathcal{G} .

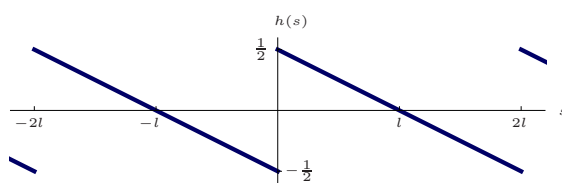


Figura 7.26: O gráfico da função h .

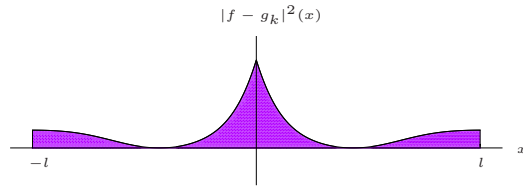


Figura 7.27: A área por baixo do gráfico da função $|f - g_k|^2$.

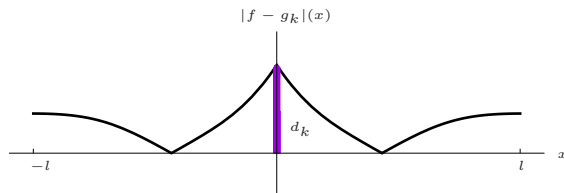


Figura 7.28: A altura máxima do gráfico da função $|f - g_k|$.

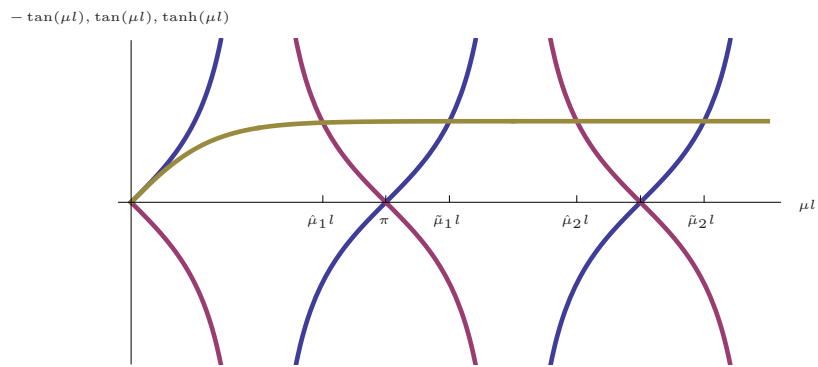


Figura 7.29: Determinação das frequências de vibração de uma viga encastrada.

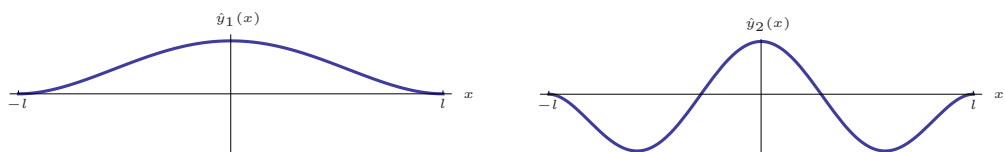


Figura 7.30: Os dois primeiros modos de vibração simétricos de um viga encastrada.

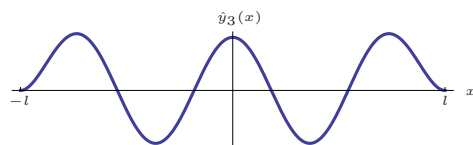


Figura 7.31: O terceiro modo de vibração simétrico de um viga encastrada.

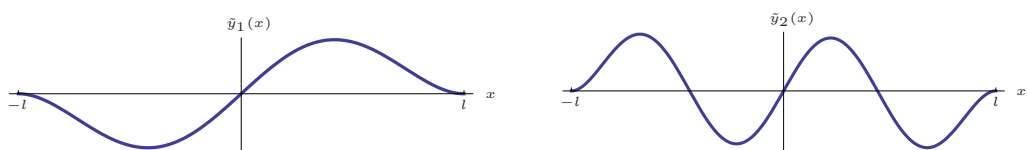


Figura 7.32: Os dois primeiros modos de vibração anti-simétricos de um viga encastrada.

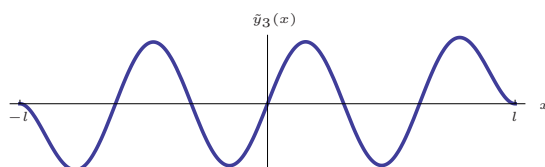


Figura 7.33: O terceiro modo de vibração anti-simétrico de um viga encastrada.

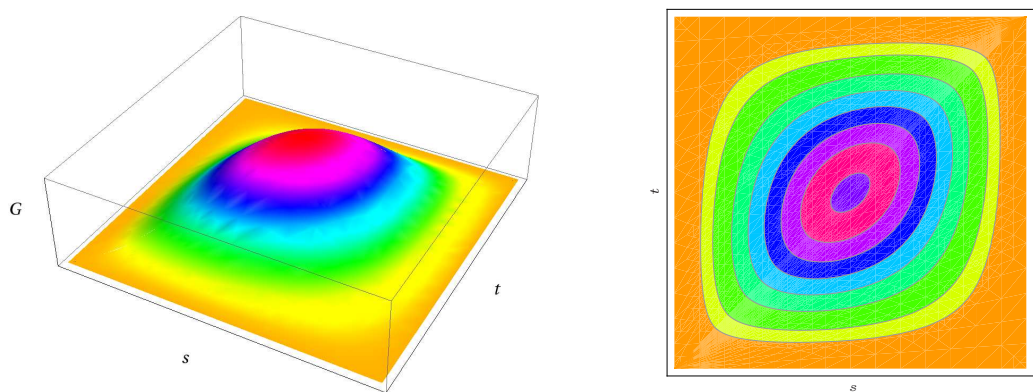


Figura 7.34: O gráfico e as curvas de nível da função G .

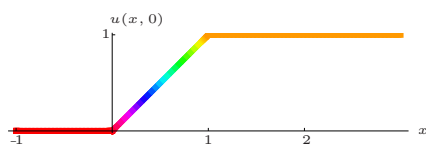


Figura 7.35: Gráfico de uma velocidade inicial crescente.

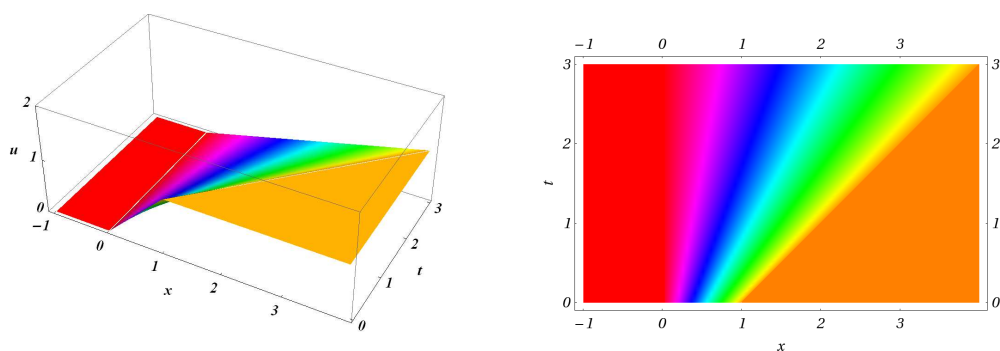


Figura 7.36: Um gráfico da velocidade de partículas descrita pela equação de Burgers.

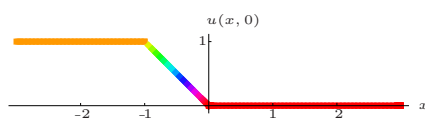


Figura 7.37: Gráfico de uma velocidade inicial decrescente.

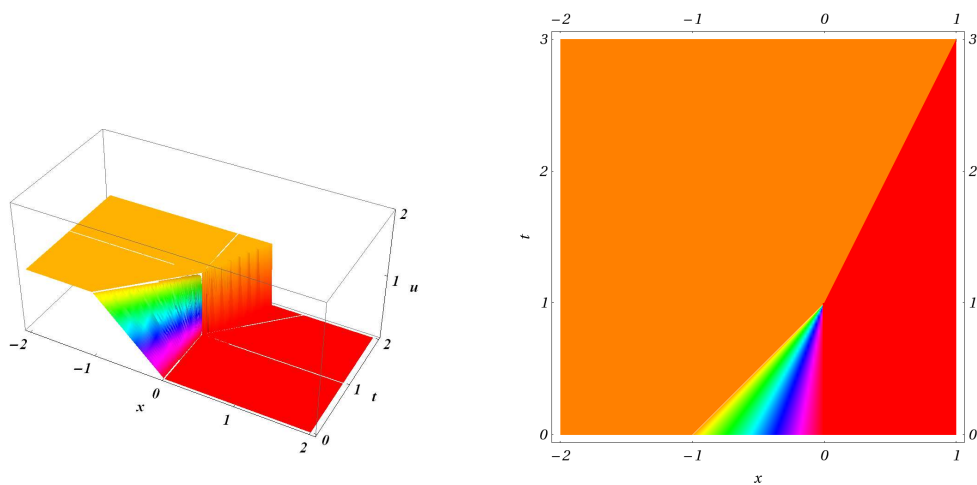


Figura 7.38: Outro gráfico da velocidade de partículas descrita pela equação de Burgers.

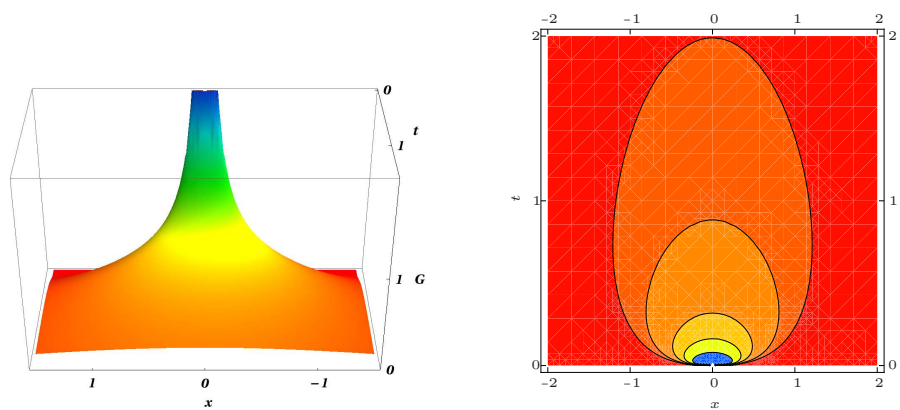


Figura 7.39: Gráfico e curvas de nível da função de Gauss.

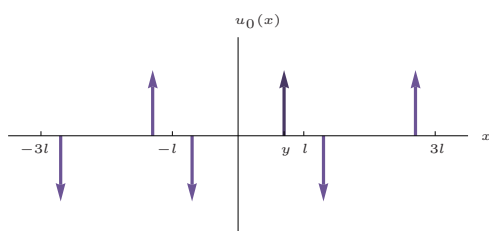


Figura 7.40: A série de δ de Dirac em (7.184).

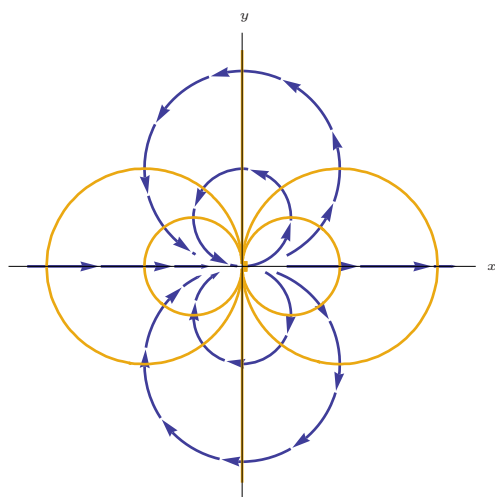


Figura 7.41: Movimento de um fluido com potencial da velocidade igual a $\Re \frac{1}{z}$.

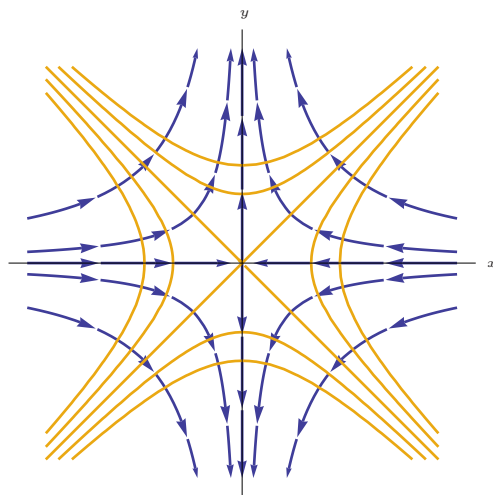


Figura 7.42: Movimento de um fluido com potencial da velocidade igual a $\Re z^2$.

Capítulo 8

Séries reais

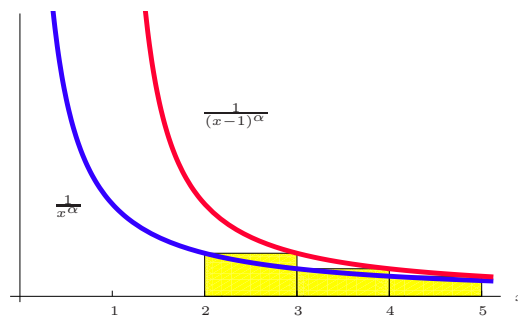


Figura 8.1: Enquadramento da série de Dirichlet.

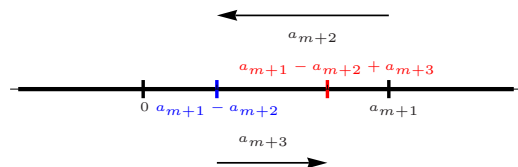


Figura 8.2: Estimativa da diferença de duas somas parciais da série de Leibniz.

Capítulo 9

Soluções dos exercícios propostos

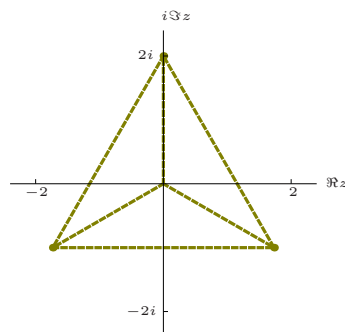


Figura 9.1: As raízes cúbicas de $-8i$.

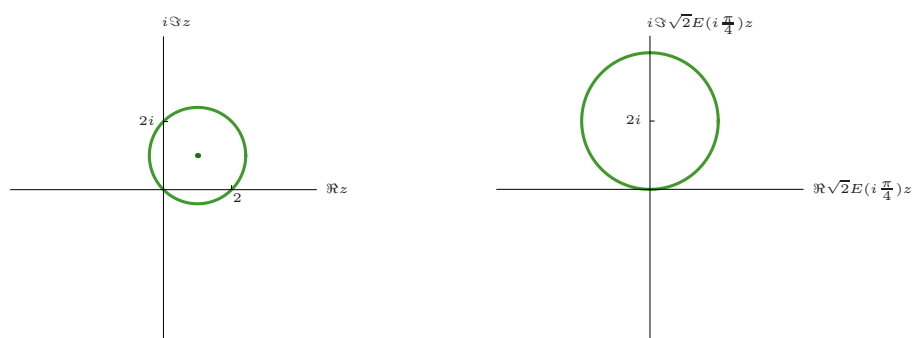


Figura 9.2: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto \sqrt{2}E(i\frac{\pi}{4})z$.

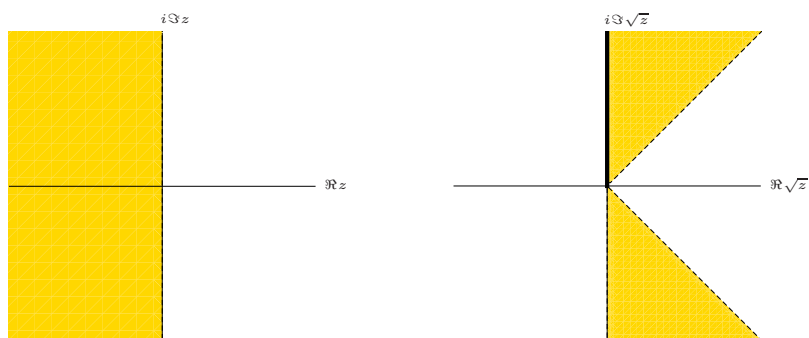


Figura 9.3: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função raiz principal.

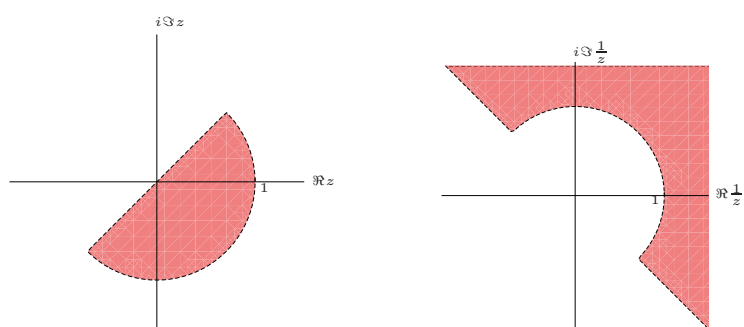


Figura 9.4: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função $z \mapsto \frac{1}{z}$.

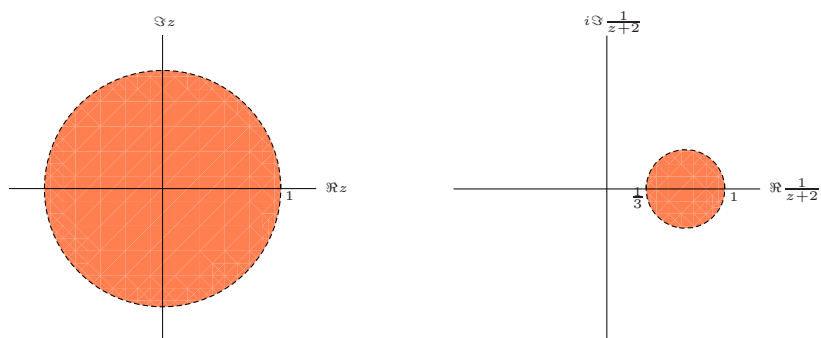


Figura 9.5: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função $z \mapsto \frac{1}{z+2}$.

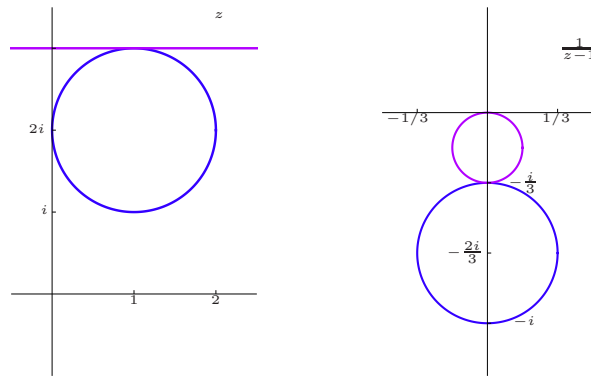


Figura 9.6: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função $z \mapsto \frac{1}{z-1}$.

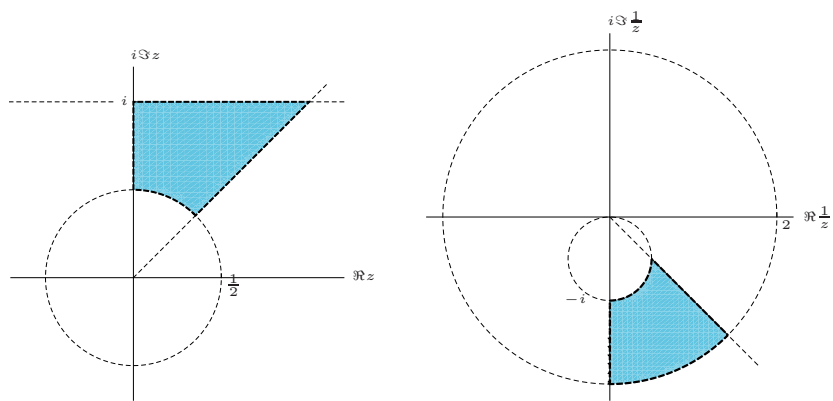


Figura 9.7: Representação geométrica da imagem de um conjunto pela função $z \mapsto \frac{1}{z}$.

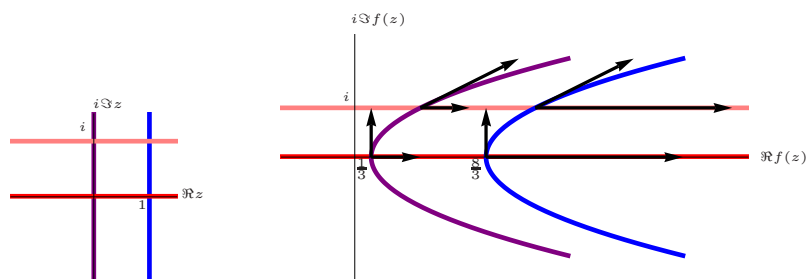


Figura 9.8: Interpretação geométrica da equação de Cauchy-Riemann.

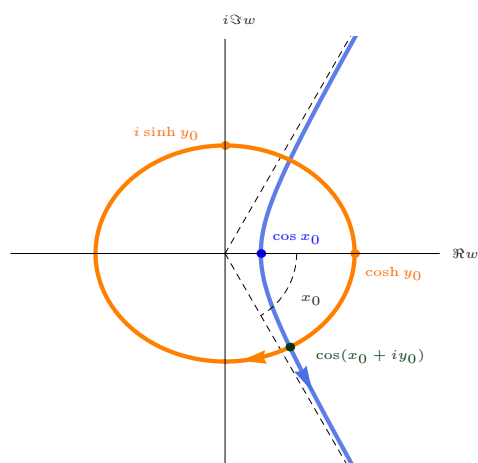


Figura 9.9: A imagem de uma reta horizontal e de uma reta vertical por $z \mapsto \cos z$.

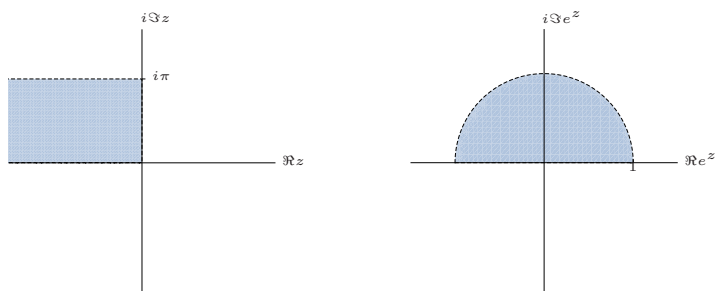


Figura 9.10: Representação geométrica da imagem de um conjunto por $z \mapsto e^z$.

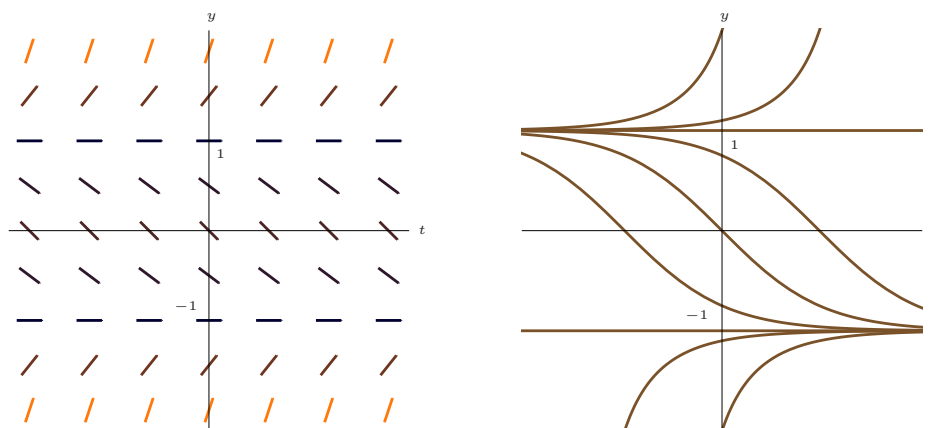


Figura 9.11: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = y^2 - 1$.

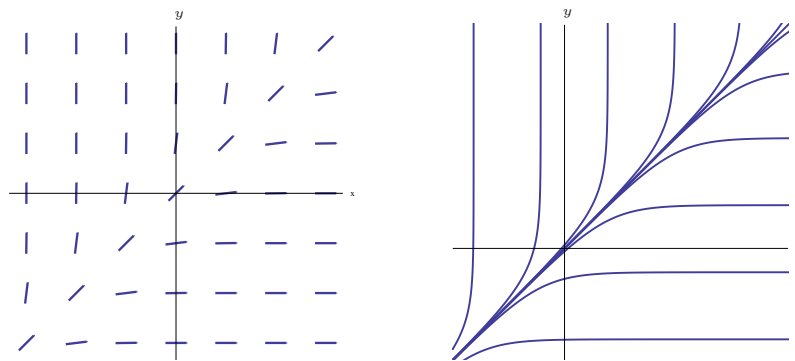


Figura 9.12: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = e^{y-t}$.

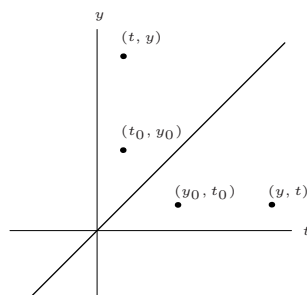


Figura 9.13: Reflexão de pontos na reta $y = t$.

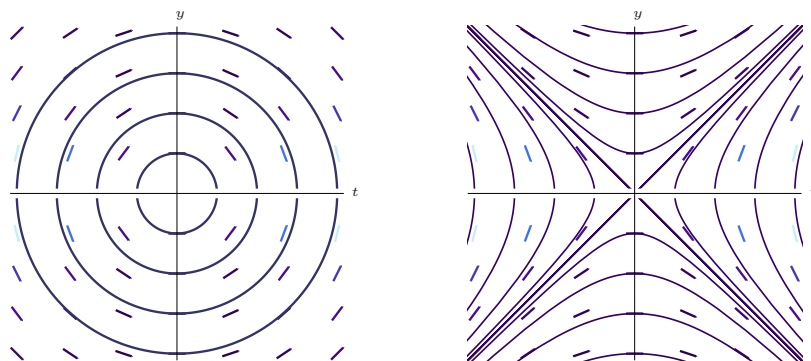


Figura 9.14: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $yy' = -t$ e $yy' = t$.

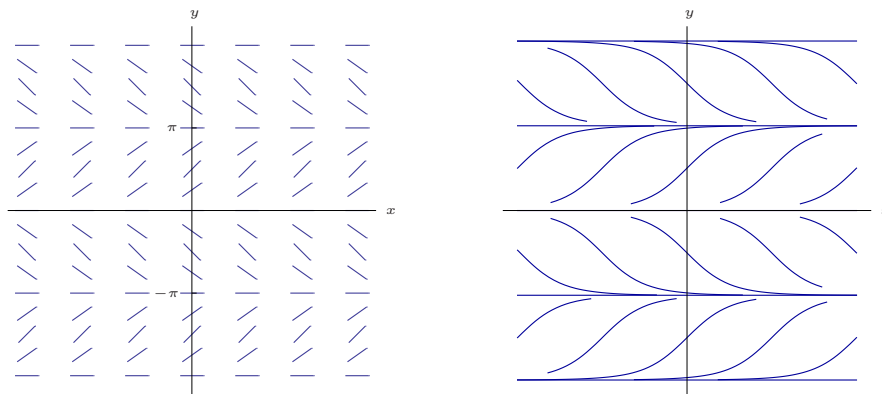


Figura 9.15: Campo de direções e esboço dos gráficos das soluções de $y' = \sin y$.

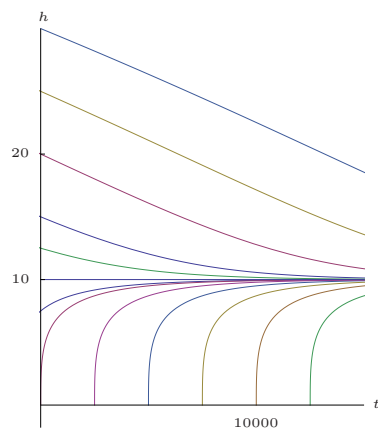


Figura 9.16: Esboço dos gráficos das soluções de $h' = \frac{1}{\pi} \frac{1-0.1h}{h^2}$.

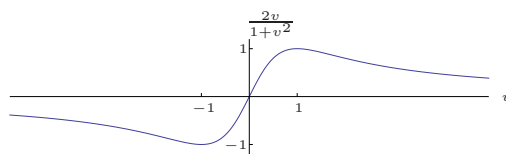


Figura 9.17: O gráfico da função $v \mapsto \frac{2v}{1+v^2}$.

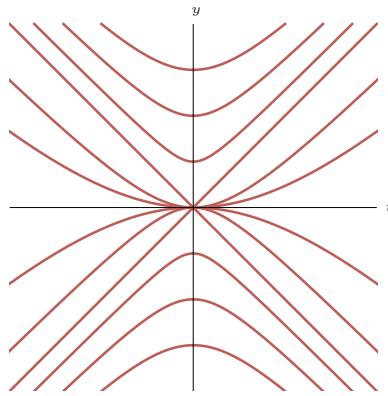


Figura 9.18: Esboço dos gráficos das soluções de $2ty - (t^2 + y^2)y' = 0$.

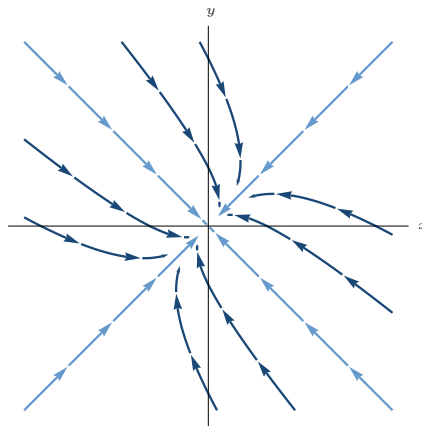


Figura 9.19: Retrato de fase do sistema (6.155).

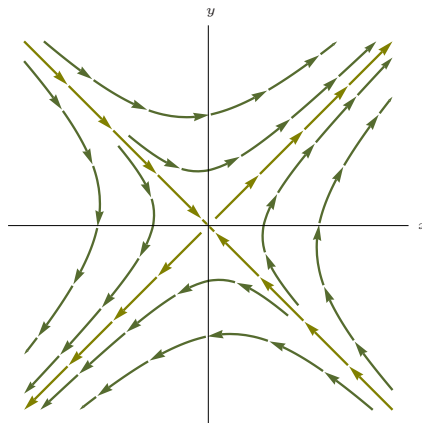


Figura 9.20: Retrato de fase do sistema (6.156).

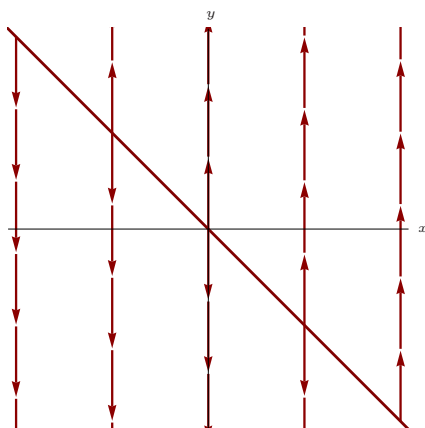


Figura 9.21: Retrato de fase do sistema (6.157).

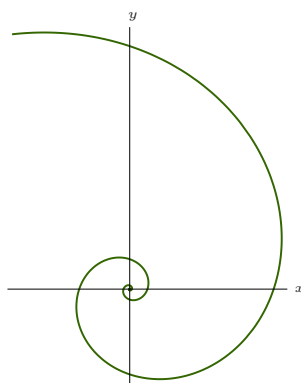


Figura 9.22: Esboço da curva descrita por $r = r_0 e^{\theta - \theta_0}$ no plano (x, y) .

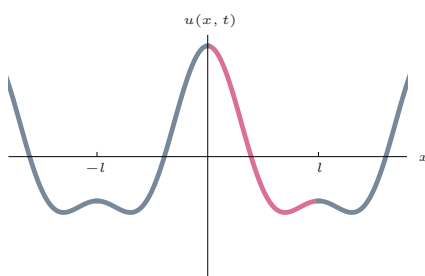


Figura 9.23: Prolongamento par e periódico.

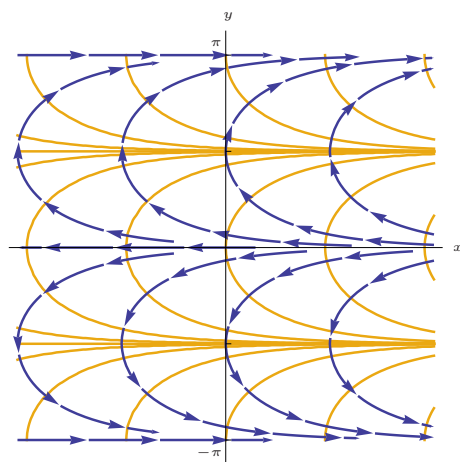


Figura 9.24: Movimento de um fluido com potencial da velocidade igual a $\Re e^z$.