

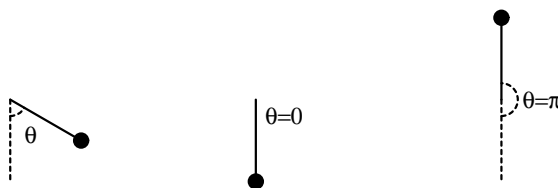
Análise Matemática IV

2º Exame - 2 de Julho de 96

Fís. e Matem.

Gráficos Complementares

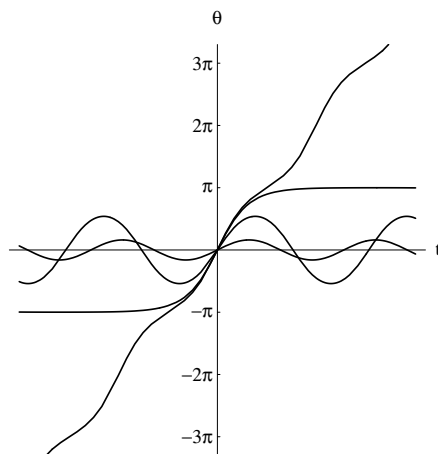
H é a energia total de um pêndulo de massa unitária, sendo a energia total a soma da energia cinética, $\frac{1}{2l^2}\gamma^2$, com a energia potencial, $-gl \cos \theta$.



Pêndulo.

l é o comprimento do pêndulo, g a aceleração da gravidade e γ é o momento angular do pêndulo, pelo que $\gamma = I\omega = l^2m\dot{\theta} = l^2\dot{\theta}$, ou seja, $\dot{\theta} = \frac{1}{l^2}\gamma$.

De $\dot{\theta} = \frac{1}{l^2}\gamma$ e $\dot{\gamma} = -gl \sin \theta$, segue $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta$. Os gráficos de quatro soluções de $\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta$, com $\theta(0) = 0$ e $\dot{\theta}(0) > 0$, representam-se na figura seguinte.



$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta, \text{ com } \theta(0) = 0 \text{ e } \dot{\theta}(0) > 0.$$

A energia da solução que verifica $\lim_{|t| \rightarrow +\infty} |\theta(t)| = \pi$ é gl . Neste caso, $\frac{1}{2l^2}[l^2\dot{\theta}(0)]^2 - gl \cos 0 = gl$, ou seja, $\dot{\theta}(0) = 2\sqrt{\frac{g}{l}}$.

Sugestão: Interprete fisicamente esta figura e o retrato de fase da alínea 1.f).