

Tópicos Avançados em Geometria

2019/2020

1º Exame - 3 de junho de 2020 - 10:00

1. Prove que a esfera S^n ($n \geq 2$) não admite uma métrica Riemanniana de curvatura seccional negativa usando:

(3/20)

(a) O Teorema de Hadamard.

(3/20)

(b) O (segundo) Teorema de Preissman.

(5/20)

2. Mostre que $\mathbb{R}P^n \times S^{2k-1}$ ($n, k \geq 2$) não admite uma métrica Riemanniana de curvatura seccional positiva.

3. Seja M uma variedade Riemanniana completa e $N \subset M$ uma subvariedade compacta com $\dim N < \dim M$. Sejam $p \in M \setminus N$ e $q \in N$ tais que

$$d(p, q) = \max_{r \in N} d(p, r).$$

Mostre que:

(6/20)

(a) Se $q \notin C_m(p)$ então a geodésica minimizante unindo p a q é ortogonal a N em q ($C_m(p)$ designa o cut locus de p).

(3/20)

(b) Se $q \in C_m(p)$ então uma geodésica minimizante unindo p a q pode não ser ortogonal a N em q .