2º Trabalho Computacional

Análise Numérica (de 2 a 17 de Dezembro de 2014)

Nota Geral: O relatório deve ser apresentado em ficheiro PDF (não mais de 15 páginas), e anexe um notebook *Mathematica* executável, sem *output*.
As figuras seleccionadas com legenda, devem constar apenas do relatório. São dispensadas introduções da matéria conhecida.
Envie os dois ficheiros (grupoG.pdf, grupoG.nb, onde G é o nº do grupo) num email para **alvescjs@gmail.com**

No que se segue G é o número do seu grupo.

1)$_{[6.0]}$ Programe o Algoritmo de Remes, para obter a melhor aproximação uniforme da função

$$f(x) = \begin{cases} e^{-Gx/4} - \cos(5x + G/3), & (G \text{ par}) \\ e^{-Gx/3} - \sin(4x + G/2), & (G \text{ ímpar}) \end{cases}$$

no intervalo $[-\frac{1}{G+1}, 2]$ por polinómios $\mathcal{P}_n$ com $n = 1, 2, \ldots, 6$. Construa outro exemplo.
Sugestão: Construa primeiro uma rotina bissecção-Newton para obter todos os zeros da derivada num intervalo. Inicialize com nós de Chebyshev.

2)$_{[4.0]}$ Considere uma qualquer matriz complexa M, com $M_{44} = 5 - (\mathbf{i} + 1)G$. Defina as matrizes

$$M_t = (1 - t)D + tM,$$

onde $t \in [0, 1]$, e D é a matriz diagonal associada a M.
Pelo método QR encontre os valores próprios $\lambda_k(t)$ de M_t e apresente os caminhos $t \to \lambda_k(t)$ no plano complexo, comentando o resultado em termos dos discos de Gershgorin.

3)$_{[8.0]}$ Considere a resolução de um sistema de equações diferenciais que define uma trajectória $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^2$, condicionada por forças atractivas de intensidade $\mu_k > 0$, localizadas em m pontos $\mathbf{p}_k$, definida por

$$\mathbf{u}''(t) = \sum_{k=1}^{m} \frac{\mu_k(\mathbf{p}_k - \mathbf{u}(t))}{||\mathbf{p}_k - \mathbf{u}(t)||_2^2}.$$

Dada a posição inicial $\mathbf{u}(0) = (-10, 0)$ e velocidade inicial $\mathbf{u}'(0) = (\cos(\theta), \sin(\theta))$, o programa deve devolver $\mathbf{u}_k \approx \mathbf{u}(t_k)$, onde estes pontos definem uma trajectória até ao instante t_F.

a) Para o cálculo de $\mathbf{u}_k$ compare o método Runge-Kutta de ordem 4, e o método de Runge-Kutta de ordem 2 com passo adaptativo.

Use $m = 2$ com $\mathbf{p}_1 = (0, 12 - G)$, $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$, $\mu_1 = \mu_2 = 1$, e $\theta = 2 - \frac{1}{G}$, $t_F = 500$, e um outro exemplo à vossa escolha com $m > 3$.

b) Com $m = 2, \mathbf{p}_1 = (0, 10)$, $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}_1$, $\mu_1 = \mu_2 = 2 - \frac{G}{20}, \mathbf{u}(0) = (-10 - \frac{G}{5}, 0)$ apresente o gráfico:
$\theta \mapsto u_2(\tau)$ onde $\tau > 0$ é o menor tempo com $u_1(\tau) = X$, inicializando com $\mathbf{u}'(0) = (\cos(\theta), \sin(\theta))$,
(ou seja, pretende-se saber a ordenada quando a abcissa passa por X), para alguns valores inteiros de X incluindo pelo menos $X = 7$ e $X = 5 - G$.

Nota$_{[2.0]}$: *Dois valores são para a apreciação global e apresentação do trabalho.*