

1º TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

1º semestre 2018/19 - 17/10/2019 - Curso: MEEC

Nome: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_ O Teste que vai realizar tem a duração de **45 minutos** e consiste de  
Curso: \_\_\_\_\_ 4 problemas. Os 3 primeiros são de escolha múltipla; cada resposta  
Sala: \_\_\_\_\_ certa vale 10/3 valores, cada resposta em branco vale 0, e cada  
resposta errada vale -1/3 da cotação dessa pergunta. O último  
problema não é de escolha múltipla e a cotação figura na última  
tabela desta página. Nesta parte deve justificar as suas respostas e  
apresentar todos os cálculos que efectuar.

	1	2	3
A)			
B)			
C)			
D)			

Para os 3 primeiros problemas, marque com  $\times$  as suas escolhas na tabela anexa.

**Problema 1:** Qual dos seguintes conjuntos contém todos os valores de  $\mu \in \mathbb{C}$  tais que  $A_\mu$  tem característica igual a dois.

A)  $\{0, i, 1, -1\}$ ; B)  $\{z \in \mathbb{C} : z^8 = 1\}$ ; C)  $\{0, 1\}$ ; D)  $\{-1, 1\}$ .  $A_\mu = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \mu^2 & 1 + \mu^2 & 1 + \mu^2 \\ \mu^4 & \mu^2(\mu^2 + 2) & 1 + 2\mu^2 \end{bmatrix}$ .

**Problema 2:** Qual é escolha acertada para o vector  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \in \mathbb{R}^4$  por forma que qualquer solução da equação  $Au = 0$  seja da forma  $u = c(1, -1, 1, -1)$  com  $c \in \mathbb{R}$ ?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \alpha \\ 5 & \beta & -1 & 1 \\ 1 & 2 & \gamma & \delta \end{bmatrix}$ . A) (3,2,2,3), B) (2,3,3,2), C) (2,3,2,1), D) (3,2,2,1).

**Problema 3:** Identifique a matriz quadrada  $A$ , sabendo que esta é singular e que a sua matriz dos cofactores é a seguinte:  $\text{cof } A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 8 & -2 & -2 \\ -4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ .

A)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ , B)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , C)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ , D)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ .

**Nesta parte justifique todas as respostas e apresente os cálculos que efectuar.**

**Problema 4:** Sejam  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $C_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2\lambda \\ 1 & \lambda & 2 \\ \lambda & 1 & 2 \end{bmatrix}$  e  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

a) Calcule, em função de  $\lambda$ , o determinante de  $C_\lambda$  e a característica de  $C_\lambda$ ; b) Determine o conjunto das soluções de  $C_1u = b$ ; c) Calcule a matriz dos cofactores de  $C_{-1}$  e use-a para calcular a inversa de  $C_{-1}$ ; d) Sejam  $n \in \mathbb{N}$  e  $A$  uma matriz de ordem  $n$ . Considere ainda  $B$  a matriz cujas linhas são as seguintes: a linha 1 de  $B$  coincide com a linha  $n$  de  $A$  e, para cada  $j \in \{2, \dots, n\}$  a linha  $j$  de  $B$  obtém-se somando as linhas  $j - 1$  e  $j$  de  $A$ . Como se relacionam os determinantes de  $A$  e  $B$ ?

**Os quadros abaixo destinam-se à correcção da prova. Por favor, não escreva nada.**

Número de respostas certas	
Número de respostas erradas	

Nota da Escolha Múltipla	
Problema 4 (10,0 Val.)	
a) 2,5; b) 3,0; c) 2,0; d)2,5	-
TOTAL	