Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática

Versão 1
rubrica do aluno:

1^{o} TESTE DE ÁLGEBRA LINEAR

1^{o} semestre 2018/19 - 17/10/2019 - Curso: MEEC

Nome:______________________________

Número:______________________
Curso:______________________
Sala:______________________

	1	2	3
A)			
B)			
C)			
D)			

O Teste que vai realizar tem a duração de **45 minutos** e consiste de 4 problemas. Os 3 primeiros são de escolha múltipla; cada resposta certa vale 10/3 valores, cada resposta em branco vale 0, e cada resposta errada vale -1/3 da cotação dessa pergunta. O último problema não é de escolha múltipla e a cotação figura na última tabela desta página. Nesta parte deve justificar as suas respostas e apresentar todos os cálculos que efectuar.

Para os 3 primeiros problemas, marque com $\times$ as suas escolhas na tabela anexa.

Problema 1: Qual dos seguintes conjuntos contém todos os valores de $\mu \in \mathbb{C}$ tais que A_μ tem característica igual a dois.

A) $\{0,1\}$; **B)** $\{-1,1\}$; **C)** $\{0,i,1,-1\}$; **D)** $\{z \in \mathbb{C} : z^8 = 1\}$. $\quad A_\mu = \begin{bmatrix} 1 & \mu^2 & \mu^4 \\ 1 & 1+\mu^2 & \mu^2(\mu^2+2) \\ 1 & 1+\mu^2 & 1+2\mu^2 \end{bmatrix}$.

Problema 2: Qual é escolha acertada para o vector $(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \in \mathbb{R}^4$ por forma que qualquer solução da equação $Au = 0$ seja da forma $u = c(1,-1,-1,1)$ com $c \in \mathbb{R}$?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & \alpha \\ 1 & -1 & \beta & 1 \\ 1 & \gamma & 2 & \delta \end{bmatrix}$. **A)** (2,3,1,2), **B)** (2,3,2,3), **C)** (3,2,1,2), **D)** (3,2,2,3).

Problema 3: Identifique a matriz quadrada A, sabendo que esta é singular e que a sua matriz dos cofactores é a seguinte: $\operatorname{cof} A = \begin{bmatrix} -4 & 8 & -4 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$.

A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, **B)** $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, **C)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, **D)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Nesta parte justifique todas as respostas e apresente os cálculos que efectuar.

Problema 4: Sejam $\lambda \in \mathbb{R}$, $C_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 2 \\ \lambda & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2\lambda \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

a) Calcule, em função de λ, o determinante de C_λ e a característica de C_λ; **b)** Determine o conjunto das soluções de $C_1 u = b$; **c)** Calcule a matriz dos cofactores de C_{-1} e use-a para calcular a inversa de C_{-1}; **d)** Sejam $n \in \mathbb{N}$ e A uma matriz de ordem n. Considere ainda B a matriz cujas linhas são as seguintes: a linha 1 de B coincide com a linha n de A e, para cada $j \in \{2, ..., n\}$ a linha j de B obtém-se somando as linhas $j-1$ e j de A. Como se relacionam os determinantes de A e B?

Os quadros abaixo destinam-se à correcção da prova. Por favor, não escreva nada.

Número de respostas certas	
Número de respostas erradas	

Nota da Escolha Múltipla	
Problema 4 (10,0 Val.)	
a) 2,5; b) 3,0; c) 2,0; d)2,5	-
TOTAL	